

تمرين 1: حدد حقيقة العبارات التالية :

$$(1) \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 \geq x$$

$$(2) \quad \exists n \in \mathbb{N} \quad 2n+5=20$$

$$(3) \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad |x+y|=|x|+|y|$$

$$(4) \quad \exists x \in \mathbb{R} \quad x^2-x+1=0$$

$$(5) \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 > 1 \Rightarrow x > 1$$

$$(6) \quad \exists n \in \mathbb{N} \quad n^2 = 7$$

$$(7) \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \sqrt{9n^2+6n+1} \in \mathbb{N}$$

$$(8) \quad \forall m \in \mathbb{R} \quad \exists x \in \mathbb{R} \quad x^2+mx+m-1=0$$

تمرين 2: بين بالترجع أن :

$$(1) \quad n(n+1)(n+2) \text{ مضاعف للعدد } 6 \text{ حيث } n \in \mathbb{N}$$

$$(2) \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad 1+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(3) \quad 9 \text{ يقسم العدد } 4^n+6n-1 \text{ حيث } n \in \mathbb{N}$$

$$(4) \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

تمرين 3: لتكن A و B مجموعتين غير فارغتين.

$$(1) \quad \text{بين أن: } (A \cap B) \cup (A \setminus B) = A$$

$$A \cap B = \{1; 2; 3\}$$

$$A \setminus B = \{4; 5\}$$

(2) أوجد A و B علما أن :

$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 9\}$$

تمرين 4: لتكن E مجموعة غير فارغة.

ولتكن A و B و C ثلاث عناصر من مجموعة أجزائها. أثبت المتساويات التالية :

$$(A \setminus C) \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C, \quad (A \setminus C) \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C, \quad (A \setminus C) \cup C = A \cup C$$

$$(A \setminus C) \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$$