

## التمرين الأول

① حدد نفي كل من العبارات التالية :

$$P_1 \text{ " } (\forall x \in \mathbb{R}) (\exists n \in \mathbb{R}) : x + \frac{1}{x} > 2 \text{ "}$$

$$P_2 \text{ " } (\forall x \in \mathbb{R}^+) : x \geq 1 \text{ أو } x^2 < x \text{ "}$$

$$P_3 \text{ " } (\forall x \in \mathbb{R}) : x > 0 \Rightarrow |x| \leq x^3 \text{ "}$$

$$P_4 \text{ " } \left[ (\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2) : a < b \right] \Rightarrow \left[ (\exists r \in \mathbb{Q}) : a < r < b \right] \text{ "}$$

② أتمم النصوص التالية للحصول على عبارات صحيحة :

$$q_1 \text{ " } (\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2) : a = b \Leftrightarrow a^2 \dots\dots\dots \text{ "}$$

$$q_2 \text{ " } (\forall x \in \mathbb{R}) : x \leq 2 \Leftrightarrow \dots\dots\dots \frac{1}{x} \dots\dots\dots \text{ "}$$

## التمرين الثاني

① باستعمال برهان بالمضاد للعكس بين أن :

$$q_1 \text{ " } (\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) : (x \neq y \text{ و } xy \neq 1) \Rightarrow \left( \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} \neq \frac{\sqrt{y}}{y + \sqrt{y} + 1} \right)$$

$$\text{② أ- بين أن } (\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) : (x > 3 \text{ و } y > 3) \Rightarrow (xy - x - y > 3)$$

ب- بالمضاد للعكس بين أن :

$$\left( (\forall (x, y) \in ]3, +\infty[^2) : (x \neq y) \Rightarrow ((x+1)\sqrt{y-1} \neq (y+1)\sqrt{x-1}) \right)$$

## التمرين الثالث

باستعمال برهان بالترجع بين ما يلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{\sqrt{k}} \leq 2\sqrt{n}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) 13 \mid 3^{4n+2} + 2^{4n+2}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \sum_{k=1}^{k=n} k(3k+1) = n(n+1)^2$$