التمرين 1 (2 ن)

1 | 1 ـ أكتب نفي العبارة التالية : P : "$(\forall x \in \mathbb{R})\quad , x^2 \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$".
1 | 2 ـ باستعمال الاستدلال بالمثال المضاد بين أن العبارة P خاطئة.

التمرين 2 (2 ن)

لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $P(n) = n^2 + 7n + 12$
1 | 1 ـ بين أن : $(n+3)^2 < P(n) < (n+4)^2 \quad ; \quad (\forall n \in \mathbb{N})$.
1 | 2 ـ بين أن : $\sqrt{P(n)} \notin \mathbb{N} \quad ; \quad (\forall n \in \mathbb{N})$.

التمرين 3 (6 ن)

باستعمال الإستدلال المناسب أجب عن الأسئلة التالية:
1.5 | 1 ـ $\frac{a}{1-a} + \frac{b}{1-b} + \frac{c}{1-c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} = 4 \quad ; \quad (a,b,c) \in \mathbb{R}^3 \setminus 1$.
1 | 2 ـ $(\forall (a,b) \in \mathbb{Q}^2 \quad a + b\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow (a = 0 \ \ et \ \ b = 0)$.
2 | 3 ـ برهن أن : 17 يقسم العدد $2^{6n+3} + 3^{4n+2}$ لكل n من $\mathbb{N}$.
1.5 | 4 ـ بين أن : $\sum_{k=1}^{n} k \left(\frac{4}{5}\right)^k = \frac{4 \times 5^{n+1} - (5+n)\,4^{n+1}}{5^n} \quad , (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

التمرين 4 (5 ن)

1 ـ A و B و C أجزاء من المجموعة E، بين أن :
1 | أـ $A\Delta B = A\Delta C \Leftrightarrow B = C$.
1 | بـ $A \setminus B = A \Leftrightarrow B \setminus A = B$.
1 | جـ $A\Delta B = A \cap B \Leftrightarrow A = B = \varnothing$.
2 | 2 ـ اختصر الكتابة التالية : $\overline{\overline{(A \cap \overline{B}) \cap (\overline{A} \cap B)} \cup (A \cap B) \cap (A \cap B)}$.

التمرين 5 (5 ن)

1 ـ نعتبر التطبيق : $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R} \setminus 1$, $x \to 1 + \frac{1}{x^2}$
0.5 | أـ حدد $f^{-1}(2)$.
0.5 | بـ استنتج أن التطبيق f ليس تباينيا.
1 | جـ حل في $\mathbb{R}^*$ المعادلة $f(x) = 0$.
1 | دـ استنتج أن التطبيق f ليس شموليا.
2 ـ نعتبر التطبيق : $g :]-\infty;0[\to]1;+\infty[$, $x \to 1 + \frac{1}{x^2}$
1 | أـ بين أن التطبيق g تقابل من $]-\infty;0[$ نحو $]1;+\infty[$.
1 | بـ حدد التقابل العكسي للتطبيق g.

ملاحظة: مدة الإنجاز ساعتان و 10 دقائق — نقطة على تنظيم الورقة

من إعداد : ذ. بن داود محمد