



نعتبر الدالتين  $f$  و  $g$  المعرفتين بما يلي :  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$  و  $g(x) = \frac{x+4}{x+3}$

ليكن  $(C_f)$  و  $(C_g)$  منحنيا الدالتين في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أنجز جدول تغيرات كل من الدالتين  $f$  و  $g$
- (2) حل المعادلتين  $f(x) = 0$  و  $g(x) = 0$  ثم أعط تأويلا هنديا للنتيجتين
- (3) أ) بين أنه المعادلة  $f(x) = g(x)$  تكتب أيضا  $(x-1)(x+2)^2 = 0$   
ب) استنتج نقط تقاطع المنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$
- (4) أرسم في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  المنحنيين  $(C_f)$  و  $(C_g)$
- (5) حدد ميابنا مجموعة حلول المعادلة  $\frac{4}{x+3} \leq x^2$



نعتبر الدالتين  $f$  و  $g$  المعرفتين بما يلي :  $f(x) = x - 4\sqrt{x-3}$  و  $g(x) = \sqrt{x-3}$

- (1) حدد  $D_f$  و أنجز جدول تغيرات الدالة  $g$
- (2) بين أنه  $f$  تقبل قيمة دنيا في النقطة  $a = 7$
- (3) أ) حدد دالة مرجعية  $h$  بحيث يكون  $f(x) = (h \circ g)(x)$   
ب) أرسم رتبة الدالة  $f$  على المجال  $[3, 7]$



لكل  $F$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :  $F(x) = \frac{x - E(x)}{x + 1 - E(x)}$

- (1) بين أنه مجموعة تعريف الدالة  $F$  هي  $D = \mathbb{R}$
- (2) تحقق أنه  $F$  دورية دورها  $T = 1$
- (3) أكتب تعبيرا للدالة  $F$  على المجال  $[0, 1[$
- (4) أرسم جزء المنحنى للدالة  $F$  على المجال  $[-1, 3[$



ليكن  $m$  عدد حقيقي موجب قطعيا و نعتبر الدالة  $f_m$  بحيث :  $f_m(x) = \frac{x^2}{m} - 2x$

- (1) أنجز جدول تغيرات الدالة  $f_m$  و استنتج أنه  $\frac{x^2}{m} + m \geq 2x$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$
- (2) ليكن  $a$  ;  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية من  $\mathbb{R}^{+*}$  . استنتج مما سبق أنه  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c$

# تصحيح فرضية 1

\*3 لدينا:  $g(x) = f(x)$

أي:  $\frac{x+4}{x+3} = \frac{1}{4}x^2 + 1$

$$\frac{x^2(x+3)}{4} + (x+3) = x+4$$

$$x^3 + 3x^2 + 4x + 12 = 4x + 16$$

$$x^3 + 3x^2 - 4 = 0$$

نلاحظ أن 1 جذر لهذه الحدودية

لذلك  $x^3 + 3x^2 - 4$  تقبل القسمة على  $x-1$

$x^3 + 3x^2 - 4$	$x - 1$
$-x^3 + x^2$	<hr style="border: 0.5px solid black;"/>
$4x^2$	$x^2 + 4x + 4$
$-4x^2 + 4x$	<hr style="border: 0.5px solid black;"/>
$4x - 4$	$4x - 4$
$-4x + 4$	<hr style="border: 0.5px solid black;"/>
$0$	

لذلك:  $(x^3 + 3x^2 - 4) = (x-1)(x^2 + 4x + 4)$

إذن:  $(x-1)(x^2 + 4x + 4) = 0$

أي:  $(x-1)(x+2)^2 = 0$

وعنده فإن  $g(x) = f(x)$  تكتب على شكل

$(x-1)(x+2)^2 = 0$

ب- لدينا حسب حاسبنا

$$(x-1)(x+2)^2 = 0$$

لذلك:  $x-1=0$  أو  $x+2=0$

إذن:  $x=1$  أو  $x=-2$

لدينا عند أجل  $x=1$  ،  $f(1) = \frac{5}{4}$

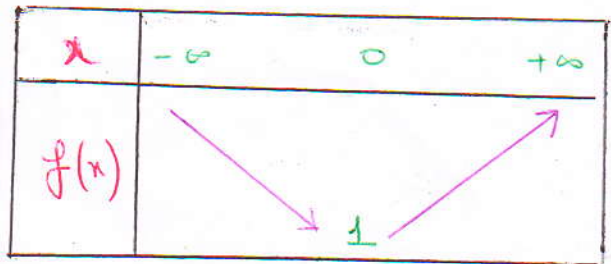
التقرينة 1:

\*1 لدينا:  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$

$f$  دالة حدودية و  $\frac{-b}{2a} = 0$

بما أن:  $\frac{1}{4} \geq 0$

فإن:

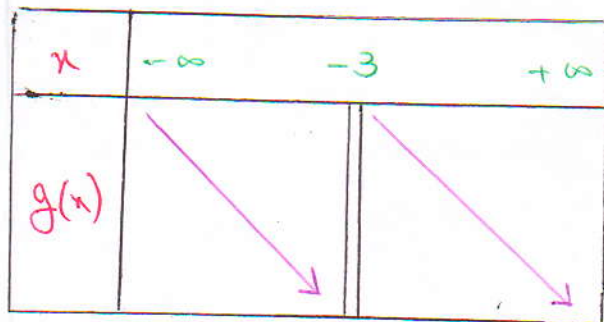


\* لدينا  $g(x) = \frac{x+4}{x+3}$  دالة متزايدة

و:  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3-4$

$\Delta = -1 < 0$

لذلك:



\*2 لدينا:  $f(x) = 0$

لذلك:  $\frac{1}{4}x^2 + 1 = 0$

أي:  $\frac{1}{4}x^2 = -1$  لا يمكن

إذن ليس لهذه المعادلة حل

لذلك أن  $g(x)$  لا يقطع محور الإحداثيات

\* لدينا:  $g(x) = 0$

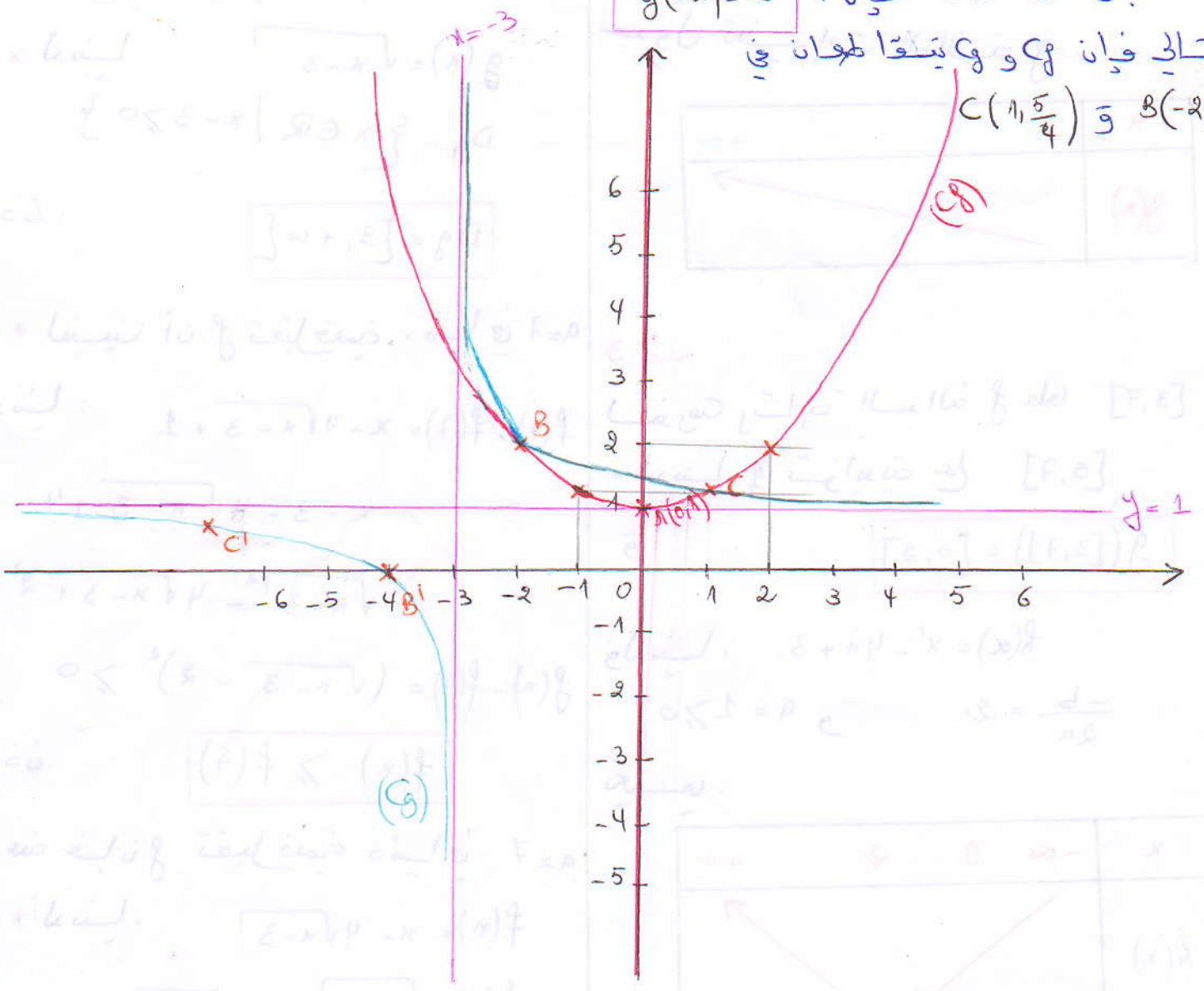
لذلك:  $\frac{x+4}{x+3} = 0$

إذن:  $x = -4$

لذلك أن  $g(x)$  يقطع محور الإحداثيات في  $A(-4, 0)$

ومن أجل  $x = -2$  فإن  $g(-2) = 2$  وبالتالي فإن  $f$  و  $g$  يتقاطعان في

$B(-2, 2)$  و  $C(1, \frac{5}{4})$



$$\frac{4}{x+3} \leq x^2$$

$$\frac{1}{x+3} \leq \frac{1}{4}x^2$$

$$\frac{1}{x+3} + 1 \leq \frac{1}{4}x^2 + 1$$

$$\frac{x+4}{x+3} \leq \frac{1}{4}x^2 + 1$$

$$g(x) \leq f(x)$$

اذن:

حسب الجبرانا، فإن:  $S = ]-\infty, -3[ \cup [1, +\infty[ \cup \{-2\}$

التقرير 2 :

1 \* لدينا  $g(x) = \sqrt{x-3}$

$Dg = \{x \in \mathbb{R} \mid x-3 \geq 0\}$

إذن :

$Dg = [3, +\infty[$

2 \* لنبين أن  $f$  تقبل قيمة دنيا في  $a=7$

لدينا :  $f(x) - f(7) = x - 4\sqrt{x-3} + 1$

$= x - 3 - 4\sqrt{x-3} + 4$

$= \sqrt{x-3}^2 - 4\sqrt{x-3} + 2^2$

$f(x) - f(7) = (\sqrt{x-3} - 2)^2 \geq 0$

إذن :

$f(x) \geq f(7)$

وعتد فإننا  $f$  تقبل قيمة دنيا في  $a=7$

3 \* لدينا :  $f(x) = x - 4\sqrt{x-3}$

$f(x) = \sqrt{x-3}^2 - 4\sqrt{x-3} + 3$

$f(x) = (g(x))^2 - 4(g(x)) + 3$

$f(x) = (h \circ g)(x)$  إذن :

$h(x) = x^2 - 4x + 3$  يعني :

جدول تقييمات الدالة  $g$ .

$x$	3	$+\infty$
$g(x)$		

3 \* ب

لندرس رتبة الدالة  $f$  على  $[3, 7]$

لدينا  $f$  تزايدية على  $[3, 7]$

$g([3, 7]) = [0, 2]$

ولدينا :  $h(x) = x^2 - 4x + 3$

$\frac{-b}{2a} = 2$  و  $a = 1 \geq 0$

يعني :

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$h(x)$				

عند ذلك جدول الإشارات :

لدينا  $h$  تناقصية على  $[0, 2]$

وبالتالي فإن  $f$  دالة تناقصية على  $[3, 7]$

القريب 3 :

$$f(x) = \frac{x - E(x)}{x+1 - E(x)}$$

\*1 لدينا :

$$Df = \{x \in \mathbb{R} \mid x+1 - E(x) \neq 0\}$$

$$x-1 < E(x) \leq x \quad \text{نعلم أن :}$$

$$-x \leq -E(x) < 1-x \quad \text{يعني :}$$

$$1 \leq x+1 - E(x) < 2 \quad \text{إذن :}$$

$$Df = \mathbb{R}$$

وبالتالي فإن :

$$f(x) = \frac{x - E(x)}{x+1 - E(x)}$$

\*2 لدينا :

$$f(x+1) = \frac{x+1 - E(x+1)}{x+2 - E(x+1)}$$

$$f(x+1) = \frac{x+1 - E(x) - 1}{x+2 - E(x) - 1}$$

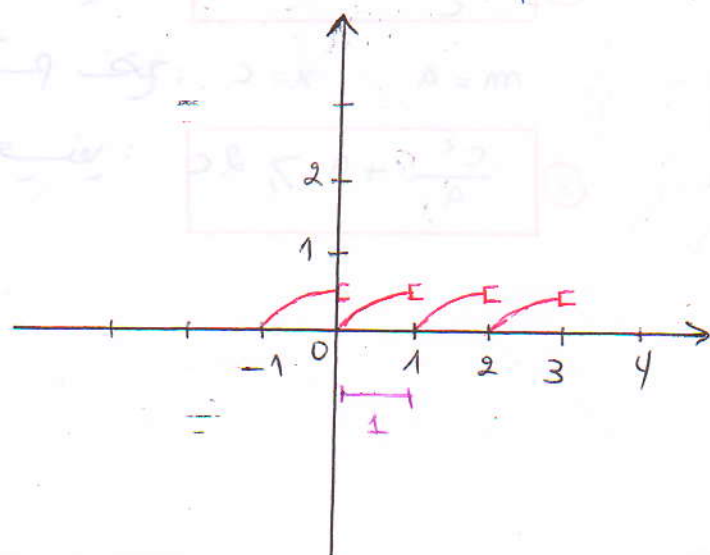
$$f(x+1) = f(x)$$

$$f(x+1) = \frac{x - E(x)}{x+1 - E(x)} \quad \text{وعنه :}$$

إذن :

وبالتالي نستنتج أن  $f$  دورية دورها  $T=1$

\*4 لنرسم جزء المنحنى للالة  $f$  على  $[0, 1[$



\*3 في المجال  $[0, 1[$

بما أن  $x \in [0, 1[$  فإن  $E(x) = 0$

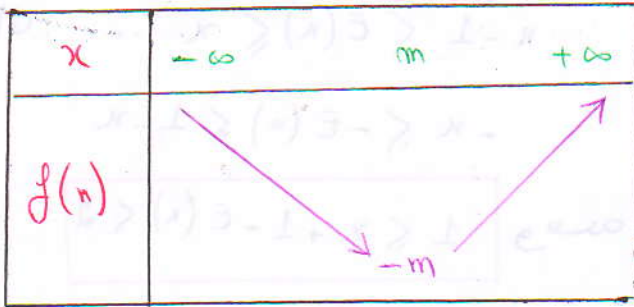
إذن :

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

1\* لدينا :  $f_m(x) = \frac{x^2}{m} - 2x$

لدينا :  $\frac{-b}{2a} = m$

بما أن :  $\frac{1}{m} > 0$  فإن :



لدينا  $f_m(x) = \frac{x^2}{m} - 2x$

لدينا  $f_m(m) = \frac{m^2}{m} - \frac{2m^2}{m}$

إذنا :  $f_m(m) = -m$

\* لدينا حسب جدول التقييمات :

لدينا :

$f_m(x) \geq -m$

$\frac{x^2}{m} - 2x \geq -m$

$\frac{x^2}{m} + m \geq 2x$

إذنا :

2\* لدينا  $\frac{x^2}{m} + m \geq 2x$

نضع  $x = a$  و  $m = b$

لدينا  $\frac{a^2}{b} + b \geq 2a$  ①

ثم نضع  $x = b$  و  $m = c$

لدينا  $\frac{b^2}{c} + c \geq 2b$  ②

ثم نضع  $x = c$  و  $m = a$

لدينا  $\frac{c^2}{a} + a \geq 2c$  ③

عنا 1 و 2 و 3 و نجمع طرفا بطرف

نصل علما :

$\frac{a^2}{b} + b + \frac{b^2}{c} + c + \frac{c^2}{a} + a \geq 2a + 2b + 2c$

$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq 2a + 2b + 2c - a - b - c$

وهذا :  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c$

عند انجان :

\* هبة لمراتنا الكسرى \*