

فرض محروس رقم 2

مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

التمرين الأول: (6.5 نقط)

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow \sqrt{x^2 - |x| + 1}$$

نعتبر التطبيق:

1- حل في \mathbb{R} المعادلة: $f(x) = 1$. هل f تبايني؟

2 ن

2- أثبت أن: $\forall x \in \mathbb{R}: f(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$. هل f شمولي؟

1.5 ن

3- ليكن g قصور f على المجال $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$.أ- بين أن g تقابل من المجال $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ نحو المجال $\left[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$.

2 ن

ب- عرف g^{-1} التطبيق العكسي للتطبيق g .

1 ن

التمرين الثاني: (8 نقط) أسئلة مستقلة

1- ليكن ABC مثلث ونعتبر النقط I و J و K بحيث: $\overline{AK} = \frac{4}{7}\overline{AB}$ و $\overline{BI} = \frac{1}{3}\overline{BC}$ و $\overline{CJ} = \frac{3}{5}\overline{CA}$

3 ن

أثبت أن المستقيمات (AI) و (BJ) و (CK) متلاقية في نقطة G يتم تحديدها.2- لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E . بسط: $\overline{A \cup \left[(\overline{A \cap B}) \cap (\overline{A \cap C}) \right]}$

1.5 ن

3- أثبت أن: $\begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ A \cup B = A \cup C \end{cases} \Rightarrow B = C$

2 ن

4- بين أن التطبيق: $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x, y) \rightarrow (x+y, xy)$ حيث: $x > y$ تبايني.

1.5 ن

التمرين الثالث (5.5 نقط)

$$h: P(E) \rightarrow P(E)$$

$$X \rightarrow A \Delta X$$

ليكن A جزء غير فارغ من مجموعة E و h تطبيق معرف بما يلي:1- أحسب: $h(A)$ و $h(\overline{A})$ و $h(E)$ و $h(\emptyset)$.

2 ن

2- أ- بين أن: $\forall X \in P(E): A \Delta (A \Delta X) = X$.

1 ن

ب- بين أن: $\forall X \in P(E): h \circ h(X) = X$.

1 ن

ج - استنتج أن: h تقابل.

0.5 ن

د- استنتج أن: $\forall B \in P(E), \forall C \in P(E): A \Delta B = A \Delta C \Rightarrow B = C$.

1 ن