التمرين الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي : $f(x)=\dfrac{x^3-4x}{x^2-1}$ وليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f وبين ان f دالة فردية

2) أحسب النهايات التالية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}} f(x)$

3) أ- تحقق أن $(\forall x\in D)\quad f(x)=x-\dfrac{3x}{x^2-1}$

ب- استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$

ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم $(\Delta)\ y=x$

4) أ- بين أن $(\forall x\in D)\quad f'(x)=1+\dfrac{3\left(x^2+1\right)}{\left(x^2-1\right)^2}$

ب- أدرس منحى تغيرات الدالة f و ضع جدول تغيراتها

5) أ- بين أن $(\forall x\in D)\quad f''(x)=\dfrac{-6x\left(x^2+3\right)}{\left(x^2-1\right)^3}$

ب- أدرس تقر المنحنى (C)

6) أرسم المنحنى (C)

7) حدد مبيانيا و حسب قيم m عدد حلول المعادلة $x^2(x-m)=4x-m$

التمرين الثاني :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=x+1-\sqrt{x^2-x+1}$

و (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ- بين أن $D_f=\mathbb{R}$

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{3}{2}$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

2) أ- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=2$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-2x=\dfrac{1}{2}$ ثم أول هندسيا للنتيجة

3) أ- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R})\quad x-\dfrac{1}{2}<\sqrt{x^2-x+1}$

ب- أحسب المشتقة $f'(x)$ ثم بين أن f تزايدية على $\mathbb{R}$ ثم أنجز جدول التغيرات

4) أ- حدد تقاطع المنحنى (C) و المستقيم $(\Delta)\ y=x$

ب- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R})\quad f(x)>x\ \Leftrightarrow\ x\in\left]0,1\right[$

5) أرسم المنحنى (C)

6) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0=\dfrac{1}{2}$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 0<U_n<1$ ب- بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية