6

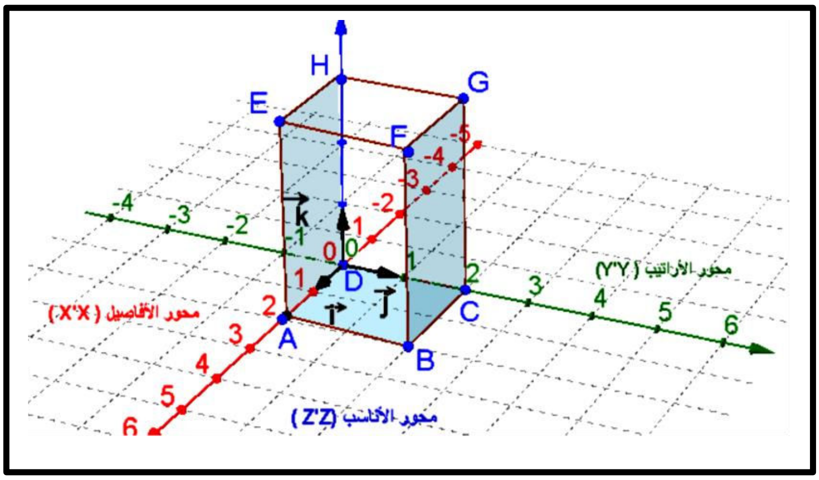
الأستاذ: بنموسى محمد ثانوية: عمر بن عبد العزيز المستوى: 1 علوم رياضية

الصفحة 1 الإسم .... الرقم: .... يوم : 30 / 03 / 2015 فرض كتابي رقم

01. .... (4 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

لنعتبر المتوازي المستطيلات القائم ABCDEFGH التالي (أنظر الشكل) .



1. حدد إحداثيات رؤوس المتوازي المستطيلات القائم ABCDEFGH . ... (8× 0,25 ن)
2. أنشئ المستقيم (EG) ثم المستقيم (BD) .
   هل المستقيمين مستوائيين ؟ ....(3× 0 , 5 ن)
3. استنتج مبيانيا الوضع النسبي للمستوى (FGB) و المستوى (AEF) . ...(0 , 5 ن)

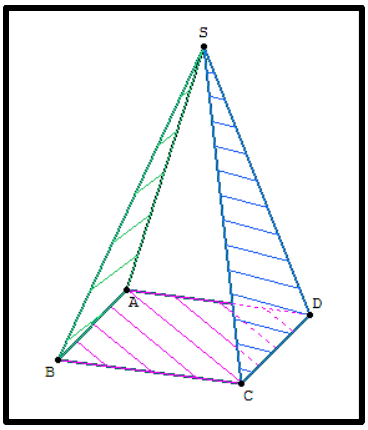
02. .... (10 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A(1,0,1)$, $B(1,1,-1)$, $C(2,2,1)$, $D(-1,-1,-2)$

1. حدد إحداثيات : $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$ . ... (4× 0 , 5 ن)
2. أدرس استقامية $\overrightarrow{A}$ C $\overrightarrow{AB}$ . ... (1 ن)
3.
   أ- أحسب المحددة $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$. .... (1 ن)

   ب- هل المربوع $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ معلم في الفضاء ؟ .... (1 ن)
4. أعط تمثيل بارامتري للمستقيم (AB) . ... (1 ن)
5. أعط معادلتين ديكارتيتين للمستقيم (AB) . ... (1 ن)
6. أعط معادلة ديكارتية للمستوى ABC . ... (1 ن)
7. حدد تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (P) مع $(\Delta) : t\in\mathbb{R} / \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$ و $(P) : -4x+2y-z+5=0$ . ... (2 ن)

03. .... (6 ن)



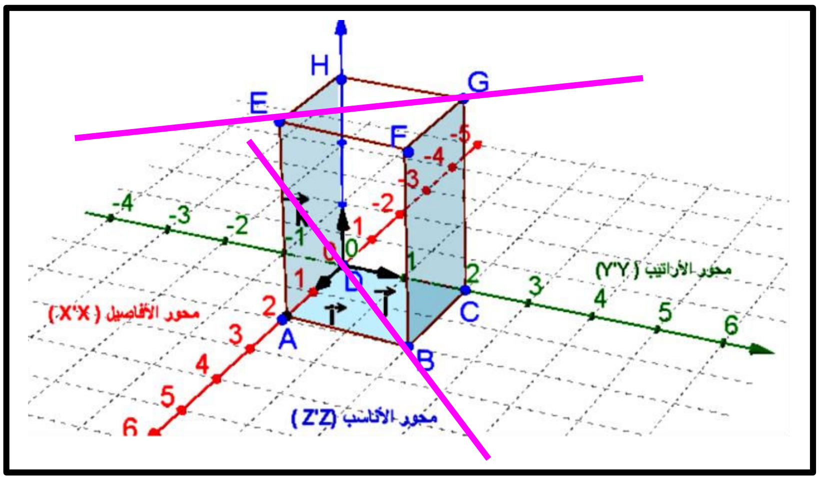
ليكن SABCD هرم قاعدته ABCD على شكل مربع

النقط I و J و K و L منتصفات القطع $[SA]$ و $[SB]$ و $[SC]$ و $[SD]$.

O منتصف $[IJ]$.

1. أنقل الشكل على ورقة التحرير ثم أنشئ النقط I و J و K و L. .... (1 ن)
2. بين أن : $\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ثم $\overrightarrow{IL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ . ... (2 ن)
3. هل الرباعي IJKL متوازي الأضلاع ؟ .... (1 ن)
4. بين أن المتجهات $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{JL}$ مستوائية . ... (2 ن)

.01 .... (4 ن)



الفضاء منسوب إلى معلم $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

لنعتبر المتوازي المستطيلات القائم ABCDEFGH التالي (أنظر الشكل) .

1. حدد إحداثيات رؤوس المتوازي المستطيلات القائم ABCDEFGH .

لدينا:

$A(2,0,0)$ و $B=(2,2,0)$ و $C=(0,2,0)$

و $D(0,0,0)$ و $F=(2,2,3)$ و $G=(0,2,3)$

و $H=(0,0,3)$

2. ننشئ المستقيم (EG) ثم المستقيم (BD) .

المستقيمين غير مستوائيين .

3. نستنتج مبيانيا الوضع النسبي للمستوى (FGB) و المستوى (AEF) متقاطعين تبعا للمستقيم (BF) .

.02 .... (10 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $D(-1,-1,-2)$, $C(2,2,1)$, $B(1,1,-1)$, $A(1,0,1)$

.1 حدد إحداثيات : $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$.

لدينا : $\overrightarrow{BC}(1,1,2)$, $\overrightarrow{AD}(-2,-1,-3)$, $\overrightarrow{AC}(1,2,0)$, $\overrightarrow{AB}(0,1,-2)$

.2 أدرس استقامية $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$.

لدينا : المحددة المستخرجة : $\Delta_x=\begin{vmatrix}1&2\\-2&0\end{vmatrix}=4$ ومنه $\Delta_x\neq 0$ إذن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مستقيميتين .

خلاصة : المتجهتين $\overrightarrow{A\ C}$ $\overrightarrow{AB}$ غير مستقيميتين .

.3

أ- أحسب المحددة $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$.

لدينا :

$$\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)=\begin{vmatrix}0&1&-2\\1&2&-1\\-2&0&-3\end{vmatrix}=0\begin{vmatrix}2&-1\\0&-3\end{vmatrix}-1\times\begin{vmatrix}1&-2\\0&-3\end{vmatrix}-2\begin{vmatrix}1&-2\\2&-1\end{vmatrix}=3-6=-3$$

خلاصة : $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)=-3$.

ب- هل المربوع $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ معلم في الفضاء ؟

بما أن : $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)\neq 0$ إذن المثلوث $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ أساس في الفضاء ومنه : المربوع $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ معلم في الفضاء .

خلاصة : المربوع $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ معلم في الفضاء .

4. أعط تمثيل بارامتري للمستقيم (AB) .

المستقيم (AB) .موجه بالمتجهة : $\overrightarrow{AB}(0,1,-2)$ و يمر بالنقطة $A(1,0,1)$.

ومنه : تمثيل بارامتري للمستقيم (AB) هو : $t\in\mathbb{R}$; $(AB):\begin{cases}x=1\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$.

5. أعط معادلتين ديكارتيتين للمستقيم (AB) .

من خلال ما سبق : $\begin{cases}x=1\\y=t\\-\frac{1}{2}(z-1)=t\end{cases}\Leftrightarrow\left.\begin{matrix}x=1\\y=t\\z=1-2t\end{matrix}\right\}$

و منه : $x=1$ و $-\frac{1}{2}(z-1)=y$ وهي تمثيل معادلتين ديكارتيتين للمستقيم (AB) .

خلاصة : نظمة معادلتين ديكارتيتين للمستقيم (AB) هي $x=1$ و $-\frac{1}{2}(z-1)=y$.

6. أعط معادلة ديكارتية للمستوى ABC .

لدينا المستوى ABC موجه بالمتجهتين $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$. و منه

$M(x,y,z)\in ABC\Leftrightarrow$ المتجهات $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AM}$ مستوائية

$$\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix}x-1 & 0 & 1\\ y & 1 & 2\\ z-1 & -2 & 0\end{vmatrix}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\begin{vmatrix}1 & 2\\ -2 & 0\end{vmatrix}-y\begin{vmatrix}0 & 1\\ -2 & 0\end{vmatrix}+(z-1)\begin{vmatrix}0 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=0$$

$$\Leftrightarrow 4(x-1)-2y-(z-1)=0$$

$$\Leftrightarrow 4x-2y-z+1=0$$

خلاصة : معادلة ديكارتية للمستوى ABC هي : $ABC\ :\ 4x-2y-z+1=0$.

7. حدد تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (P) مع $(\Delta):t\in\mathbb{R}\ /\begin{cases}x=1\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$ و $(P):-4x+2y-z+5=0$.

لدينا :

$$M(x,y,z)\in(\Delta)\cap(P)\Leftrightarrow\begin{cases}M(x,y,z)\in(\Delta)\\M(x,y,z)\in(\Delta)\cap(P)\end{cases}$$

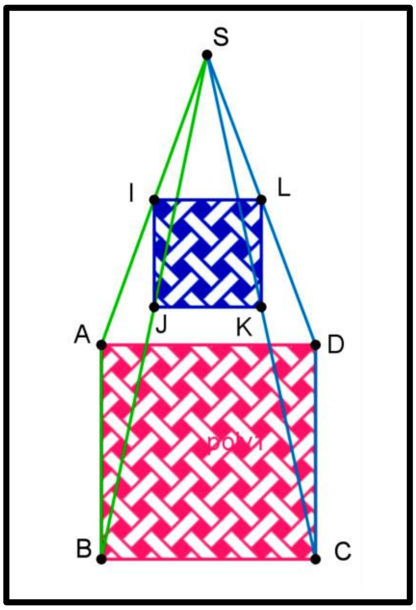
$$\Leftrightarrow\begin{cases}\begin{cases}x=1\\y=t\\z=1-2t\end{cases}\\ -4x+2y-z+5=0\ ;\ (2)\end{cases}$$

نعوض في المعادلة (2) نحصل على $-4\times1+2t-(1-2t)+5=0$ أي $t=0$ ومنه : $\begin{cases} x=1=1 \\ y=0 \\ z=1-2\times0=1 \end{cases}$.

تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (P) هي النقطة $A(1,0,1)$

خلاصة : $(P)\cap(\Delta)=\{A(1,0,1)\}$.

03 .... (6 ن)



ليكن $SABCD$ هرم قاعدته $ABCD$ على شكل مربع

النقط I و J و K و L منتصفات القطع $[SA]$ و $[SB]$ و $[SC]$ و $[SD]$.

.1 أنقل الشكل على ورقة التحرير ثم أنشئ النقط I و J و K و L (أنظر الشكل)

.2 بين أن : $\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ثم $\overrightarrow{IL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

- نعتبر في المستوى (SBC) المثلث SBC و J و K منتصفي $[SB]$ و $[SC]$ و $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{JK}$ لهما نفس المنحى إذن : $\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
- نعتبر في المستوى (SAD) المثلث SAD و I و L منتصفي $[SA]$ و $[SD]$ و $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{IL}$ لهما نفس المنحى إذن : $\overrightarrow{IL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

خلاصة : $\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{IL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

.3 هل الرباعي $IJKL$ متوازي الأضلاع

لدينا : $ABCD$ على شكل مربع إذن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ و حسب ما سبق $\overrightarrow{JK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{IL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ إذن $\overrightarrow{IL}=\overrightarrow{JK}$

ومنه $IJKL$ متوازي الأضلاع .

خلاصة : $IJKL$ متوازي الأضلاع .

.4 نبين أن المتجهات $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{JL}$ مستوائية .

لدينا :

- $ABCD$ على شكل مربع و منه : $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$ (1)
- نعتبر في المستوى (SBD) المثلث SBD و J و L منتصفي $[SB]$ و $[SD]$ و
- $\overrightarrow{JL}$ و $\overrightarrow{BC}$ لهما نفس المنحى إذن : $\overrightarrow{JL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ إذن : $2\overrightarrow{JL}=\overrightarrow{BD}$ (2) .
- من خلال (1) و (2) نستنتج أن $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{JL}$ ومنه المتجهة $\overrightarrow{JL}$ كتبة بدلالة $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ (أي $\overrightarrow{JL}$ تأليفة خطية ل $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$) و بالتالي المتجهات $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{JL}$ مستوائية .

خلاصة : المتجهات $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{JL}$ مستوائية .

انتهى التصحيح