أولى علوم رياضية	فرض رقم 2	

التمرين الأول

نعتبر المتتالية $\left(U_n\right)_n$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{3}{2} \\ U_{n+1} = 3 - \dfrac{2}{U_n} \end{cases}$

1) أحسب U_1 و بين أن $1 < U_n < 2$ $\left(\forall n \in \mathbb{N}\right)$

2) أد رس رتابة المتتالية $\left(U_n\right)_n$

3) نضع $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n - 2}$ لكل عدد طبيعي n . بين أن $\left(V_n\right)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها

4) أحسب V_n ثم U_n بدلالة n

التمرين الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\begin{cases} f\left(x\right) = \dfrac{x}{x^2 + 4} & ; \quad x \le 0 \\ f\left(x\right) = \dfrac{x}{4} + 1 + \dfrac{1}{\sqrt{x} - 1} & ; \quad x > 0 \end{cases}$

1) أحسب النهاية $\lim\limits_{x \to -\infty} f\left(x\right)$ ماذا تستنتج ؟

2) أ) بين ان $\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(x\right) = +\infty$ و أد رس الفرع اللانهائي للمنحنى $\left(C\right)$ عند $+\infty$

ب) أحسب النهايتين : $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x)$ أول النتيجة هندسيا

3) أ) بين ان f قابلة للاشتقاق على يسار النقطة 0 محددا العدد المشتق $f_g^{/}\left(0\right)$

ب) بين أن $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \dfrac{f\left(x\right)}{x} = -\infty$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

4) أ) بين أن $\begin{cases} f'\left(x\right) = \dfrac{4 - x^2}{\left(x^2 + 4\right)^2} & ; \quad x < 0 \\ f'\left(x\right) = \dfrac{\left(x + 1\right)\left(\sqrt{x} - 2\right)}{4\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 1\right)^2} & ; \quad x \in \mathbb{R}^{+*} - \left\{1\right\} \end{cases}$

ب) أد رس تغيرات الدالة f و ضع جدول تغيراتها

5) أ) بين ان $f''\left(x\right) = \dfrac{2x\left(x^2 - 12\right)}{\left(x^2 + 4\right)^3}$ $\left(\forall x < 0\right)$ و أد رس تقعر المنحنى $\left(C\right)$ على المجال $\left]-\infty, 0\right[$

6) أرسم المنحنى $\left(C\right)$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف في المجال $]0,1[$)

سؤال إضافي :

لتكن $\left(U_n\right)_n$ متتالية عددية معرفة بما يلي : $U_0 = 1$. $(n+1)^3 U_{n+1} - n^3 U_n = \dfrac{1}{2^{n+1}}$

احسب الحد العام U_n بدلالة n