

## فرض محروس 3

التمرين الأول : (3 نقط)

نعتبر صندوق  $U_1$  يحتوي على أربع كرات حمراء وتحمل الأرقام 1,1,2,2 و على ثلاث كرات خضراء ومرقمة 1,1,2 و صندوق  $U_2$  يحتوي على أربع كرات حمراء مرقمة 1,1,0,0 و ست كرات خضراء تحمل الأرقام 1,1,0,0,0,0 .  
نعتبر التجربة التالية : نسحب كرة واحدة من  $U_1$  إذا كانت حمراء نسحب كرتين في آن واحد من  $U_2$  و أما إذا كانت خضراء فإننا نسحب كرتين بالتتابع و دون إحلال من  $U_2$  . عدد ما هو عدد نتائج :

- (1) هذا السحب (0.5 ن)
- (2) سحب ثلاث كرات من نفس اللون (0.75 ن)
- (3) سحب ثلاث كرات مجموع أرقامها يساوي 3 (0.75 ن)
- (4) سحب ثلاث كرات من نفس اللون أو مجموع أرقامها يساوي 3 (1 ن)

التمرين الثاني : (4 نقط و نصف)

نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $(E) \quad 8X + 3Y = 1$  و نعتبر في  $\mathbb{N}$  النظام  $(S) \quad \begin{cases} x \equiv 5 \pmod{8} \\ x \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$

(1) ليكن  $(a, b)$  حلا للمعادلة  $(E)$  بين أن العدد  $p = 2 \times 8a + 5 \times 3b$  حل للنظمة  $(S)$  (1ن)

(2) ليكن  $n_0$  حلا للنظمة  $(S)$

أ- بين أنه إذا كان  $[24] x \equiv n_0$  فإن العدد  $x$  حل للنظمة  $(S)$  (0.5 ن)

ب- حل في  $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$  المعادلة  $\bar{8} \times \bar{x} = \bar{0}$  (0.5 ن)

ج- استنتج أنه إذا كان  $n$  حل للنظمة  $(S)$  فإن  $[24] n \equiv n_0$  (1ن)

(3) تحقق أن  $(-5, 2)$  حل للمعادلة  $(E)$  ثم حدد مجموعة حلولها (0.75 ن)

(4) استنتج مجموعة حلول النظمة  $(S)$  (0.75 ن)

التمرين الثالث : (7 نقط)

الجزء الأول : لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $D = [-2, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = x - 3 + 4\sqrt{x+2}$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  (0.5 ن)

(2) أحسب المشتقة  $g'(x)$  و أنجز جدول تغييرات الدالة  $g$  (1ن)

(3) أحسب  $g(-1)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  (0.75 ن)

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{x+7}{\sqrt{x+2}+2}$

(1) أ- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$  و أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  (1ن)

ب- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  ثم استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$  (0.75 ن)

(2) بين أن  $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} \frac{f(x) - f(-2)}{x+2} = -\infty$  و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة (1ن)

(3) أ- بين أن  $f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+2}(\sqrt{x+2}+2)^2}$  لكل  $x$  من  $D_f$  و  $x \neq -2$  (0.5 ن)

ب- استنتج أن تزايدية على  $[-1, +\infty[$  و تناقصية على  $[-2, -1]$  ثم ضع جدول تغييرات الدالة  $f$  (0.5 ن)

(4) أرسم المنحنى  $(C_f)$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (1ن)