فرض رقم 3	الأولى علوم رياضية

التمرين الأول :

1) بين ان $\left(2n^2+5n+3\right)\wedge\left(n+2\right)=1$

2) تحقق أن $2^5\equiv -1\quad[11]$ ثم بين أن $2^{2017}+2017$ يقبل القسمة على 11

3) بين أن $37\mid 10^{2015}+10^{2016}+10^{2017}$

التمرين الثاني :

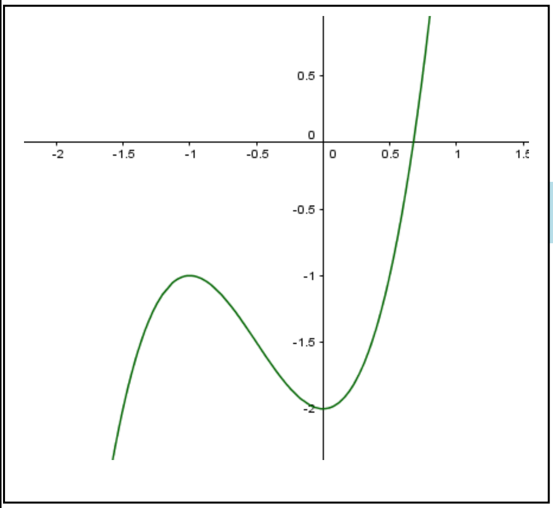
نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $151x-37y=1\quad(E)$

1) أ) تحقق أن الزوج $(25,102)$ حلا للمعادلة

ب) بين ان العدد 37 أولي ثم حدد مجموعة حلول المعادلة (E)

2) أ) حدد العدد q بحيث $37q\equiv 1\quad[151]$ و $0<q<151$

ب) حل في المجموعة $\mathbb{Z}/151\mathbb{Z}$ المعادلة $\overline{37}\times\overline{x}+\overline{147}=\overline{0}$



التمرين الثالث :

الجزء (1) نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x)=2x^3+3x^2-2$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$

2) أدرس منحى تغيرات الدالة g

3) انطلاقا من المنحنى جانبه استنتج إشارة $g(x)$ (معللا جوابك)

الجزء (2) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$

1) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة $a=0$

2) أ) أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3) أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ و أن $f'(x)=\dfrac{g\left(\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)^2}\qquad\left(\forall x\in\,]0,+\infty[\right)$

ب) بين أن f تناقصية على $\left]0,\alpha^2\right]$ و تزايدية على $\left[\alpha^2,+\infty\right[$ ثم ضع جدول التغيرات

4) أدرس وضع المنحنى (C_f) و المستقيم $(D)\ y=x$

5) أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha^2\simeq 0,46$ و $f\left(\alpha^2\right)\simeq 1,4$)

الجزء (3) لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_0=3$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

1) بين أن $U_n>2\quad(\forall n\in\mathbb{N})$

2) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تناقصية

3) أ) بين أن $\left|U_{n+1}-2\right|\leq\dfrac{2}{3}\left|U_n-2\right|\quad(\forall n\in\mathbb{N})$

ب) بين بالترجع أن $\left|U_n-2\right|\leq\left(\dfrac{2}{3}\right)^n\quad(\forall n\in\mathbb{N})$