الأولى علوم رياضية	فرض 3 دورة 2

التمرين الأول :

1) ليكن n عدد طبيعي بحيث $n \geq 2$. بين ما يلي :

$(6n+1) \wedge (3n-1) = 1$ (1) $\quad$ $(4n^3 - 3n) \wedge (n-1) = 1$ (2)

2) حدد الأعداد الطبيعية n بحيث يكون : $2n+1 \mid 8n+34$

3) حل في المجموعة $\mathbb{N}^2$ المعادلة : $(a \vee b) - (a \wedge b) = 7$

التمرين الثاني :

ليكن p عدد نسبي . نعتبر العددين $x = 18p + 23$ و $y = 5p + 7$

1) بين أن $(18p+23) \wedge (5p+7) = (p-3) \wedge 11$

2) استنتج القيم الممكنة للعدد $d = x \wedge y$

3) حدد الأعداد النسبية x , y و التي يكون من أجلها : $x \wedge y = 11$

التمرين الثالث :

1) أحسب 2^4 و استنتج أن $2^8 \equiv 1 \ [17]$

2) حدد باقي قسمة العدد 2015^{2016} على العدد 17

3) استنتج أن 17 يقسم العدد $N = 2015^2 + 2015^3 + ... + 2015^{2015} + 2016$

التمرين الرابع :

الجزء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^3 - 3x - 3$

1) أحسب النهاية $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

2) أدرس تغيرات الدالة g ثم ضع جدول التغيرات

3) أ- بين مبيانيا أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $[0, +\infty[$

الجزء الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = \dfrac{2x\sqrt{x} + 3}{x - 1}$

و ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم

1) أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f و أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x)$

ماذا تستنتج ؟

ب- أحسب النهاية $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

ج- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$

2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة $a = 0$

ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ- بين أن $\left(\forall x \in \mathbb{R}^{+*} - \{1\}\right) \quad f'(x) = \dfrac{g(\sqrt{x})}{(x-1)^2}$

ب- بين أن f تزايدية على $]\alpha^2, +\infty[$ و أن f تناقصية على كل من $]0,1[$ و $]1, \alpha^2[$

ج- بين أن $f(\alpha^2) = 3\alpha$ و ضع جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم المنحنى (C) مبرزا المماس في النقطة ذات الأفصول $a = 0$

(نأخذ $\alpha^2 \simeq 4,4$ و $f(\alpha^2) \simeq 6,3$)