الأولى علوم رياضية	فرض رقم 4

التمرين الأول :

لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_0=3$ و $U_{n+1}=\dfrac{6U_n-2}{2U_n+1}$

1) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ U_n>2$

2) بين أن $U_{n+1}-U_n=\dfrac{(2-U_n)(2U_n-1)}{2U_n+1}$ و أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) نضع $V_n=\dfrac{2U_n-1}{U_n-2}$ بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{5}{2}$

4) أحسب الحد العام U_n بدلالة n

التمرين الثاني

نعتبر في الفضاء المنسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقطة $\Omega(0,1,-2)$

والمستقيم (D) المحدد بـ : $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=1-t\end{cases}$

1) أ- بين أن مسافة Ω عن المستقيم (D) هي : $d(\Omega,(D))=\sqrt{11}$

ب- أعط معادلة الفلكة (S) التي مركزها Ω ومماسة للمستقيم (D)

2) نعتبر النقط $A(-2,1,0)$; $B(1,-3,2)$; $C(0,-2,1)$

أ- حدد مثلوث إحداثيات $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

ب- بين أن معادلة المستوى (ABC) تكتب : $2x+y-z+3=0$

3) أ- حدد تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (ABC)

ب- بين أن (ABC) يقطع (S) في دائرة (C) محددا عناصرها المميزة

التمرين الثالث

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بما يلي :

$f(x)=x-1+\sqrt{1-x}$; $x<0$ و $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$; $x\in\mathbb{R}^+-\{1\}$

1) أ- أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1}f(x)$

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $-\infty$

2) بين أن المستقيم (D) $y=x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

3) أ- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R}^+-\{1\})\ f'(x)=\dfrac{x^2(x-3)}{(x-1)^3}$

ب- أحسب المشتقة $f'(x)$ من أجل x تنتمي للمجال $]-\infty,0[$

ج- بين أن f تزايدية على $]-\infty,0]$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم المنحنى (C) مبرزا المماسين في النقطة 0

التمرين الرابع

1) بين أن العدد 173 أولي

2) أ- تحقق أن $(-3,-13)$ حلا للمعادلة $173x-40y=1$ (E) و حدد حلول (E)

ب- حدد العدد q بحيث $40q\equiv1\ [173]$ و $0<q<173$

3) نضع $H=\{0,1,2,.....,172\}$ و ليكن g التطبيق الذي يربط كل عدد x من H بباقي قسمة العدد $40x+163$ على العدد 173 .

بين أن g تباييني . هل التطبيق g شمولي ؟ علل جوابك

4) f تطبيق معرف من $\mathbb{Z}^2$ نحو $\mathbb{Z}$ بما يلي : $f((m,n))=173m-40n$.

أ- بين أن f شمولي من $\mathbb{Z}^2$ نحو $\mathbb{Z}$

ب- هل التطبيق f تباييني ؟