

أنجز هذا الفرض في ورقة مزدوجة و نظيفة

\*\*\*\*\* يوم تصحيح الفرض هو : .....

**تمرين 1 : (10ن) (2ن لكل سؤال)**

يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كتب باللغة العربية و 4 كتب باللغة الفرنسية و 4 كتب للرياضيات نسحب عشوائيا ثلاث كتب من الصندوق في آن واحد

1. حدد عدد الإمكانيات
2. حدد عدد الإمكانيات لسحب ثلاث كتب باللغة العربية
3. حدد عدد الإمكانيات لسحب ثلاث كتب للرياضيات
4. حدد عدد الإمكانيات لسحب كتاب من كل مادة
5. حدد عدد الإمكانيات لسحب كتاب واحد فقط للرياضيات

**تمرين 2 : (10ن) (1ن+1ن+1ن+1ن+1ن+1ن+1ن+1ن)**

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x - 6}{\sqrt{x + 11}} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x - 4}{3x - 9} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - 4}{3x - 9} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^3 + 7x + 2 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + x^2 + 2}{3x^2 - x} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 5x - 1} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} x - 4 = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 4} x^2 - 16 = 0 \quad \text{لدينا :} \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} \quad (2)$$

نحصل عن شكل غ محدد من قبيل :  $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4^2}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+4)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} x + 4 = 8$$

$$??? \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-4}{3x-9} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{3x-9} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} 3x - 9 = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} x - 4 = -1$$

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$3x-9$	$-$	$0$	$+$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{3x-9} = -\infty \quad \text{و بالتالي :} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} 3x - 9 = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-4}{3x-9} = +\infty \quad \text{و بالتالي :} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} 5x - 10 = 0^-$$

(4) **نعلم** أن نهاية دالة حدودية عندما تؤول  $x$  إلى  $+\infty$  أو إلى  $-\infty$  هي نهاية حدها الأكبر درجة اذن :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^3 + 7x + 2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^3 = -\infty$$

(5) **نعلم** أن نهاية دالة جذرية عندما تؤول  $x$  إلى  $+\infty$  أو إلى  $-\infty$  هي خارج نهاية حدها الأكبر درجة. اذن :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + x^2 + 2}{3x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{4-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2}{3x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x} = 0 \quad (6)$$

### تمرين 1 : (10ن) (2ن لكل سؤال)

يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كتب للغة العربية و 4 كتب للغة الفرنسية و 4 كتب للرياضيات

نسحب عشوائيا ثلاث كتب من الصندوق في آن واحد

- حدد عدد الإمكانيات
- حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للغة العربية
- حدد عدد الإمكانيات سحب ثلاث كتب للرياضيات
- حدد عدد الإمكانيات سحب كتاب من كل مادة
- حدد عدد الإمكانيات سحب كتاب واحد فقط للرياضيات

### الجواب :

$$card(\Omega) = C_{13}^3 = 1$$

$$C_{13}^3 = \frac{13!}{3!(13-3)!} = \frac{13!}{3!10!} = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10!}{3!10!} = \frac{13 \times 12 \times 11}{3!} = \frac{13 \times 2 \times 6 \times 11}{6} = 286$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10 \quad C_5^3 = ? \quad (2)$$

$$C_4^3 = 4 \quad (3)$$

سحب كتاب من كل مادة يعني سحب كتاب واحد للغة العربية و سحب كتاب واحد للغة الفرنسية و سحب كتاب واحد للرياضيات

$$C_5^1 \times C_4^1 \times C_4^1 = 5 \times 4 \times 4 = 80$$

سحب كتاب واحد فقط للرياضيات يعني سحب كتاب واحد

للرياضيات من بين 4 وكتابين في للمواد الأخرى أي من بين 9 كتب

$$C_4^1 \times C_7^2 = 4 \times C_7^2$$

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2!5!} = \frac{7 \times 6}{2} = 15$$

$$C_4^1 \times C_7^2 = 4 \times C_7^2 = 4 \times 15 = 60$$

### تمرين 2 : (10ن) (1ن+2ن+1ن+1ن+1ن+2ن+2ن)

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x - 6}{\sqrt{x} + 11} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-4}{3x-9} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-4}{3x-9} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + x^2 + 2}{3x^2 - x} \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -5x^3 + 7x + 2 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 - 7x + 1}{3x^3 - 5x - 1} \quad (6)$$

### الجواب (1):

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x+11} = 4 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 5} 2x - 6 = 4 \quad \text{لدينا :} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x-6}{\sqrt{x}+11} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{ومنه :} \quad (1)$$