

التمرين الأول: (6,5 نقطة)

1- بين بالترجع أن: $17 \mid 2^{2n} - 21^n$ (forall $n \in \mathbb{N}$) 2ن

2- باستعمال الاستدلال بالاستلزم المضاد للعكس بين أن: $x \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} \neq 1 + \frac{x}{2}$ 1,5ن

3- نعتبر العبارتين P و q بحيث 3ن

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+) : x \geq 2\sqrt{x} - 1 : p$$

$$(\forall y \in \mathbb{R}) (\exists x \in \mathbb{R}) : xy \neq x : q$$

أ- أعط نفي كل من العبارتين P و q 1ن

ب- بين أن العبارة P صحيحة وأن العبارة q خاطئة 1ن

ج- حدد قيمة حقيقة العبارة R بحيث 1ن

$$R : [(\exists y \in \mathbb{R}) (\forall x \in \mathbb{R}) : xy = x] \Rightarrow [(\exists x \in \mathbb{R}^+) : x < 2\sqrt{x} - 1]$$

التمرين الثاني: (9 نقط)

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بمايلي : $f(x) = \frac{1}{2}x^3$ و $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$

(C_f) و (C_g) منحناهما على التوالي في معلم متعدد ممنظم (O; i; j) 1,5ن

1- اعط جدول تغيرات كل من الدالتين f و g 1ن

2- أ- بين أن النقطتين (2; 4) I و (-1; - $\frac{1}{2}$) J تتنميان إلى تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g). 1ن

ب- أنشئ (C_f) و (C_g) في نفس المعلم 2+1ن

3- أ- حل مبيانيا المتراجحة: $f(x) \geq g(x)$ 1ن

ب- حدد مبيانيا $[2; +\infty)$ 0,5ن

4- نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $[2; +\infty)$ بمايلي: $h(x) = \frac{x^3 + 4}{x^3 - 2}$ 0,5ن

أ- تحقق أن: $(\forall x \in [2; +\infty)) h(x) = gof(x)$ 0,5ن

ب- حدد رتبة h على المجال $[2; +\infty)$ 1ن

ج- استنتج أن: $2 \leq h(x) \leq 2 + \frac{8}{x^3 - 2}$ 0,5ن

التمرين الثالث: (4,5 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بمايلي: $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 1}$ 1ن

1- حدد D_f و أدرس زوجية الدالة f 1ن

2- أ- بين أنه لكل x و y من \mathbb{R}^+ بحيث $x \neq y$: $\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{1 - xy}{(x^2 + 1)(y^2 + 1)}$ 1ن

ب- أدرس رتبة f على كل من المجالين $[0; 1]$ و $[1; +\infty)$ 1,5ن

ج- استنتاج تغيرات f على D_f 1ن