

* بعد مراجعة دروسك اضبط ساعتك و أنجز هذا الغرض في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد مع احترام ضوابط و طقوس إنجاز فرض.

المدة: ساعتان	فرض 1 الدورة 1	جدع مشترك علمي
---------------	----------------	----------------

تمرين 1

- 1- فكك العددين 540 و 396 إلى جداء عوامل أولية ثم حدد (PGCD (540 ; 396 و (PPCM (540 ; 396
2- هل العددين التاليين أوليين علل جوابك. 607 و 997

تمرين 2

- 1- ليكن n عدد صحيح طبيعي
بين أن $n^2 + n + 3$ عدد فردي
2- ليكن n عدد صحيح طبيعي IN
أ- تأكد أن $n^3 + 3n^2 + 2n = n(n+1)(n+2)$
ب- بين أن العدد $n^3 + 3n^2 + 2n$ يقبل القسمة على 3

تمرين 3

- ليكن m و n عددين صحيحين طبيعيين حيث $m > n$
1- بين أن $m+n$ و $m-n$ لهما نفس الزوجية
2- حل المعادلة $m^2 - n^2 = 96$

تمرين 4

- ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه النقطة O .
نعتبر I و J و E نقط حيث $\vec{BI} = \frac{1}{4}\vec{BA}$ و $\vec{AJ} = \frac{3}{2}\vec{AD}$ و $\vec{BE} = -\frac{1}{2}\vec{BA}$
1- أنشئ الشكل
2- /a بين أن $\vec{OI} = -\frac{1}{4}\vec{BA} - \frac{1}{2}\vec{BC}$ و $\vec{OJ} = \frac{1}{2}\vec{BA} + \vec{BC}$
/b استنتج أن النقط O و I و J مستقيمة
3- بين أن I منتصف $[AE]$
4- بين أن $(IJ) \parallel (CE)$

تمرين 5

- ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع حيث $AD = 6cm$ و I و J نقطتين حيث $\vec{AI} = -\frac{1}{4}\vec{AB}$
و $AJ = 4,5cm$ و $J \in [AD]$. ليكن K تقاطع (AC) و (IJ) . نعتبر B' و D' مسقطا B و D على (AC) بتواز مع (IJ)
1- أنشئ الشكل ثم بين أن $\vec{AJ} = \frac{3}{4}\vec{AD}$
2- بين أن $[AC]$ و $[B'D']$ لهما نفس المنتصف
3- بين أن $\vec{AK} = -\frac{1}{4}\vec{AB}'$ و $\vec{AK} = \frac{3}{4}\vec{AD}'$
4- عبر عن \vec{AC} بدلالة \vec{AK}

تمرين 1

1- نفك العددين 540 و 396 إلى جداء عوامل أولية

$$\begin{array}{l|l} 396 & 2 \\ 198 & 2 \\ 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 540 & 2 \\ 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$$

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

نحدد PGCD (540 ; 396) و PPCM (540 ; 396)

$$\text{PPCM} (540 ; 396) = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 11 = 5940$$

$$\text{PGCD} (540 ; 396) = 2^2 \times 3^2 = 36$$

2- نرى هل العددين التاليين أوليين 607 و 997

* الأعداد الأولية التي مربعها أصغر أو يساوي 607 هي: 2 و 3 و 5 و 7 و 11 و 13 و 17 و 19 و 23

607 لا يقبل القسمة على هذه الأعداد الأولية إذن 607 عدد أولي

* الأعداد الأولية التي مربعها أصغر أو يساوي 997 هي: 2 و 3 و 5 و 7 و 11 و 13 و 17 و 19 و 23 و 29

و 31

997 لا يقبل القسمة على هذه الأعداد الأولية إذن 997 عدد أولي

تمرين 2

1- نبين أن $n^2 + n + 3$ عدد فردي

ليكن n عدد صحيح طبيعي

$$n^2 + n + 3 = n(n+1) + 3$$

نعلم أن جداء عددين صحيحين طبيعيين متتاليين عدد زوجي و منه $n(n+1)$ عدد زوجي

نعلم أن مجموع عدد زوجي و عدد فردي هو عدد فردي و منه $n^2 + n + 3 = n(n+1) + 3$ عدد فردي

2- أ- نتأكد أن $n^3 + 3n^2 + 2n = n(n+1)(n+2)$

$$n(n+1)(n+2) = (n^2 + n)(n+2)$$

$$= n^3 + 2n^2 + n^2 + 2n$$

$$= n^3 + 3n^2 + 2n$$

ب- نبين أن العدد $n^3 + 3n^2 + 2n$ يقبل القسمة على 3

ليكن n عدد صحيح طبيعي IN و منه يوجد k من \mathbb{N} حيث $n = 3k$ أو $n = 3k + 1$ أو $n = 3k + 2$

$$\text{لدينا } n^3 + 3n^2 + 2n = n(n+1)(n+2)$$

$$\text{إذا كان } n = 3k \text{ فإن } n^3 + 3n^2 + 2n = 3[k(3k+1)(3k+2)]$$

$$\text{إذن } n^3 + 3n^2 + 2n \text{ يقبل القسمة على } 3$$

$$\text{إذا كان } n = 3k + 1 \text{ فإن } n^3 + 3n^2 + 2n = (3k+1)(3k+2)(3k+3) = 3[(3k+1)(3k+2)(k+1)]$$

$$\text{إذن } n^3 + 3n^2 + 2n \text{ يقبل القسمة على } 3$$

$$\text{إذا كان } n = 3k + 2 \text{ فإن } n^3 + 3n^2 + 2n = (3k+2)(3k+3)(3k+4) = 3[(3k+2)(k+1)(3k+4)]$$

$$\text{إذن } n^3 + 3n^2 + 2n \text{ يقبل القسمة على } 3$$

إذن لكل عدد صحيح طبيعي n : $n^3 + 3n^2 + 2n$ يقبل القسمة على 3

تمرين 3

1- نبين أن $m+n$ و $m-n$ لهما نفس الزوجية

ليكن n و m عددين صحيحين طبيعيين حيث $m > n$

إذا كان $m-n$ زوجي فانه يوجد k من \mathbb{N} حيث $m-n=2k$
ومنه $m-n+2n=2k+2n=2(k+n)$ أي $m+n=2(k+n)$

اذن $m+n$ زوجي

إذا كان $m-n$ فردي فانه يوجد k من \mathbb{N} حيث $m-n=2k+1$
ومنه $m-n+2n=2k+1+2n=2(k+n)+1$ أي $m+n=2(k+n)+1$

اذن $m+n$ فردي

و بالتالي $m+n$ و $m-n$ لهما نفس الزوجية

$$2- \text{نحل المعادلة } m^2 - n^2 = 96$$

ليكن m و n عددين صحيحين طبيعيين حيث $m > n$

$$(m-n)(m+n) = 96$$

ومنه $m+n$ و $m-n$ من قواسم 96

نعلم أن قواسم 96 هي 1 - 2 - 3 - 4 - 6 - 8 - 12 - 16 - 24 - 32 - 48 - 96

و حيث $m+n$ و $m-n$ لهما نفس الزوجية و $m+n \geq m-n$ فان:

$$\begin{cases} m+n=12 \\ m-n=8 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} m+n=16 \\ m-n=6 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} m+n=24 \\ m-n=4 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} m+n=48 \\ m-n=2 \end{cases}$$

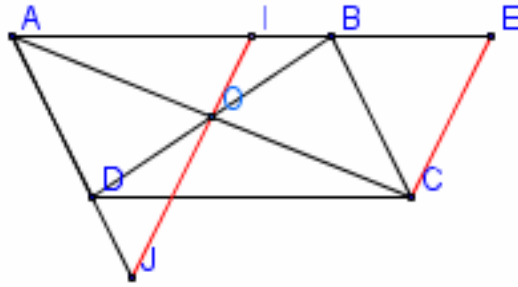
$$\text{إذن } \begin{cases} m=10 \\ n=2 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} m=11 \\ n=5 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} m=14 \\ n=10 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} m=25 \\ n=23 \end{cases}$$

تمرين 4

$ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه النقطة O .

$$\overline{BE} = -\frac{1}{2}\overline{BA} \text{ و } \overline{AJ} = \frac{3}{2}\overline{AD} \text{ و } \overline{BI} = \frac{1}{4}\overline{BA}$$

1- ننشئ الشكل



$$2- \text{ا} / \text{نبين أن } \overline{OI} = -\frac{1}{4}\overline{BA} - \frac{1}{2}\overline{BC} \text{ و } \overline{OJ} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \overline{BC}$$

$$* \text{ لدينا } \overline{OI} = \overline{OB} + \overline{BI}$$

O مركز متوازي الأضلاع $ABCD$ ومنه $\overline{DB} = \overline{DA} + \overline{DC} = \overline{CB} + \overline{AB}$ و O منتصف $[BD]$ أي

$$\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{DB} \text{ و بالتالي } \overline{OB} = \frac{1}{2}(\overline{CB} + \overline{AB})$$

$$\overline{OI} = \frac{1}{2}(\overline{CB} + \overline{AB}) + \frac{1}{4}\overline{BA} = -\frac{1}{2}\overline{BA} - \overline{BC} + \frac{1}{4}\overline{BA} \text{ فان } \overline{BI} = \frac{1}{4}\overline{BA}$$

$$\text{إذن } \overline{OI} = -\frac{1}{4}\overline{BA} - \frac{1}{2}\overline{BC}$$

$$* \text{ لدينا } \overline{OJ} = \overline{OA} + \overline{AJ}$$

$$\overline{OA} = \frac{1}{2}(\overline{CB} + \overline{CD}) = \frac{1}{2}(-\overline{BC} + \overline{BA}) \text{ ومنه } \overline{OA} = \frac{1}{2}(-\overline{BC} + \overline{BA})$$

$$\overline{OJ} = -\frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{3}{2}\overline{BC} = \overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{BA} \text{ فان } \overline{AJ} = \frac{3}{2}\overline{AD} = \frac{3}{2}\overline{BC}$$

b / نستنتج أن النقط O و I و J مستقيمة

$$\overline{OI} = -\frac{1}{4}\overline{BA} - \frac{1}{2}\overline{BC} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overline{BA} + \overline{BC}\right) \text{ و } \overline{OJ} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \overline{BC} \text{ لدينا}$$

ومنه $\overline{OI} = -\frac{1}{2}\overline{OJ}$ إذن النقط O و I و J مستقيمية

3- نبين أن I منتصف $[AE]$

$$\overline{BI} + \overline{IE} = -\frac{1}{2}\overline{BA} \text{ و } \overline{BA} + \overline{AI} = \frac{1}{4}\overline{BA} \text{ ومنه } \overline{BE} = -\frac{1}{2}\overline{BA} \text{ و } \overline{BI} = \frac{1}{4}\overline{BA}$$

$$\overline{IE} = -\frac{1}{2}\overline{BA} - \overline{BI} = -\frac{1}{2}\overline{BA} - \frac{1}{4}\overline{BA} = -\frac{3}{4}\overline{BA} \text{ و } \overline{AI} = -\frac{3}{4}\overline{BA}$$

ومنه $\overline{AI} = \overline{IE}$ إذن I منتصف $[AE]$

4- نبين أن $(IJ) \parallel (CE)$

$$\overline{AJ} = \frac{3}{2}\overline{AD} \text{ و } \overline{AI} = -\frac{3}{4}\overline{BA}$$

$$\overline{IJ} = \overline{AJ} - \overline{AI} = \frac{3}{2}\overline{AD} - \frac{3}{4}\overline{AB} = \frac{3}{2}\overline{BC} + \frac{3}{4}\overline{BA}$$

$$\overline{CE} = -\overline{BC} - \frac{1}{2}\overline{BA} \text{ أي أن } \overline{BC} + \overline{CE} = -\frac{1}{2}\overline{BA} \text{ ومنه } \overline{BE} = -\frac{1}{2}\overline{BA}$$

$$\frac{-3}{2}\overline{CE} = \frac{3}{2}\overline{BC} + \frac{3}{4}\overline{BA} \text{ ومنه}$$

$$\frac{-3}{2}\overline{CE} = \overline{IJ} \text{ وبالتالي}$$

إذن $(IJ) \parallel (CE)$

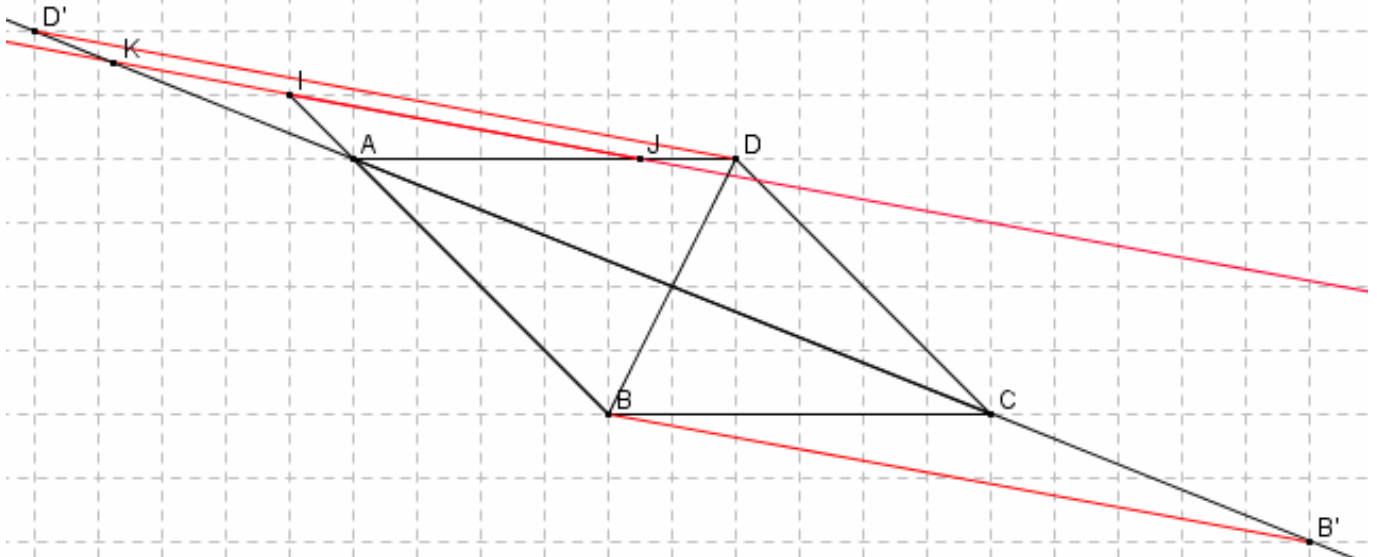
تمرين 5

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع حيث $AD = 6cm$ و I و J نقطتين حيث $\overline{AI} = -\frac{1}{4}\overline{AB}$

و $AJ = 4,5cm$ و $J \in [AD]$. ليكن K تقاطع (IJ) و (AC) . نعتبر B' و D' مسقطا B و D

على (AC) بتواز مع (IJ)

1- الشكل



$$\overline{AJ} = \frac{3}{4}\overline{AD} \text{ نبين أن}$$

$$\overline{AJ} = \frac{3}{4}\overline{AD} \text{ أي } \overline{AJ} = \frac{3}{4}\overline{AD} \text{ ومنه } \frac{AJ}{AD} = \frac{4,5}{6} = \frac{3}{4} \text{ لدينا}$$

$$\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} \text{ فان } J \in [AD] \text{ وحيث أن}$$

-2 نبين أن $[AC]$ و $[B'D']$ لهما نفس المنتصف

بما أن $ABCD$ متوازي الأضلاع فان $[AC]$ و $[BD]$ هما نفس المنتصف O

و حيث أن الإسقاط يحافظ على المنتصف و O و B' و D' مساقط O و B و D على (AC) بتواز مع (IJ)

على التوالي فان O منتصف $[B'D']$

إذن $[AC]$ و $[B'D']$ لهما نفس المنتصف

$$-3 \text{ نبين أن } \overrightarrow{AK} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB'} \quad \overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD'}$$

لدينا $\overrightarrow{AI} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و A و K و B' مساقط O و I و B على (AC) بتواز مع (IJ) على التوالي

وحيث أن الإسقاط يحافظ على معامل الاستقامية فان $\overrightarrow{AK} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB'}$

لدينا $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$ و A و K و D' مساقط O و J و D على (AC) بتواز مع (IJ) على التوالي

$$\text{فان } \overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD'}$$

-4 عبر عن \overrightarrow{AC} بدلالة \overrightarrow{AK}

بما أن $ABCD$ متوازي الأضلاع فان $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

وحيث أن A و C و B و D مساقط A و C و B' و D' على (AC) بتواز مع (IJ) على التوالي فان

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$$

$$\text{ولدينا } \overrightarrow{AK} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB'} \quad \overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD'} \quad \text{أي } -4\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB'} \quad \frac{4}{3}\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AD'}$$

$$\text{ومنه } \overrightarrow{AC} = -4\overrightarrow{AK} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AK}$$

$$\text{إذن } \overrightarrow{AC} = -\frac{8}{3}\overrightarrow{AK}$$