

Nom :

Prénom :

CNE :

N° Examen :

المغربية

وزارة الفلاحة والصيد البحري

المدرسة الوطنية للفلاحة

مكناس

مباراة ولوج السنة الأولى

مادة الرياضيات

مدة الانجاز : ساعة واحدة

28 يوليو 2015

توجيهات :

✓ يمكن للمرشح أن يختار أي تدرج يراه مناسباً لمعالجة التمارين.

✓ بالنسبة لكل سؤال (Qi) يتم الجواب داخل الخيز المخصص له

✓ بالنسبة لكل سؤال (Qi) يتم الجواب بوضوح و إيجاز

مثال: بين أن المتتالية $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ $w_n = 2n+3$ حسابية .

$$w_{n+1} = w_n + 2 \Rightarrow (w_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ حسابية أساسها } 2$$

✓ يمنع استعمال الآلة الحاسبة.

✓ تؤخذ بعين الاعتبار، عند التصحيح، دقة الصياغة وجودة التحرير.

✓ يمنع استعمال القلم الأحمر على ورقة التحرير.

التمرين الأول: الأعداد العقدية (7 نقط)

في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلتين: $z^2 = -8i$ ، $z^3 = -8i$ ونضع: $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$
المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$

Q1 بين أن: $(1+i)^6 = -8i$

Q2 استنتج من السؤال Q1 حلا للمعادلة: $z^2 = -8i$

$z_1 =$

Q3 أعط في المجموعة \mathbb{C} حلي المعادلة: $z^2 = -8i$

الشكل الجبري: $z_2 =$

الشكل المثلثي: $z_1 =$

Q4 استنتج من السؤال Q1 حلا للمعادلة: $z^3 = -8i$

$z_3 =$

Q5 بين أن حلول المعادلة: $z^3 = -8i$ هي z_3 و jz_3 و j^2z_3

Q6 في المستوى العقدي نعتبر النقاط A و B و C التي أحاقها على التوالي: z_3 و jz_3 و j^2z_3 .
بين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع:

التمرين الثاني: المتتاليات العددية (7 نقط)

المتتاليتان العدديتان $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ معرفتان بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \sqrt{u_n^2 + 12} \end{cases}$ و $v_n = u_n^2 - 4$ لكل $n \in \mathbb{N}$.

Q7 إذا كانت المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة حدد نهايتها:

Q8 بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية:

Q9 حدد v_n بدلالة n ، لكل $n \in \mathbb{N}$

$v_n =$

Q10 حدد u_n بدلالة n ، لكل $n \in \mathbb{N}$

$u_n =$

Q11 احسب $\sum_{k=1}^{K=n} u_k^2$ بدلالة n ، لكل $n \in \mathbb{N}$

التمرين الثالث: الدوال العددية (6 نقات)

الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $g(x) = e^x - \left(\frac{x^2}{2} + x + 1\right)$

Q12 حسب $g(x)$ (المشتقة الأولى للدالة g)

$$g'(x) =$$

Q13 باستعمال منحنى الدالة $e^x - x$ بين أن $g'(x) \geq 0$

Q14 استنتج إشارة $g(x)$ لكل x من \mathbb{R}

Q15 بين أن $\int_0^1 e^{3x} dx \geq \frac{43}{30}$

Q16 استنتج أن $e^{n+1} - 1 \geq \frac{1}{12}(e-1)(n+1)(2n^2 + 7n + 12)$ لكل n من \mathbb{N} (نذكر بان: $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$)