

	<b>CONCOURS D'ENTREE EN 1<sup>ERE</sup> ANNEE DES ANNEES PREPARATOIRES DE L'ENSAM</b>		<b>Epreuve de Mathématique</b> <b>20 Juillet 2018</b> <b>Durée : 2h00</b>	
	NOM			
	PRENOM			
	CNE (ou) CODE MASSAR			

**DIRECTIVES :**

- L'épreuve de mathématique = questions à réponses précises (1/2 et 2/2)
- Répondre sur la feuille « fiche des réponses » (2/2)
- La calculatrice est strictement interdite

**BAREME :**

Une réponse juste : 2pts, une réponse fautive ou pas de réponse : 0pts

Q1	Calculer la limite : $Q_1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n}{n^3+1} + \frac{2n}{n^3+2} + \frac{3n}{n^3+3} + \dots + \frac{n \cdot n}{n^3+n} \right)$	أحسب النهاية: $Q_1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n}{n^3+1} + \frac{2n}{n^3+2} + \frac{3n}{n^3+3} + \dots + \frac{n \cdot n}{n^3+n} \right)$	1س
Q2	Soit $n \in \mathbb{N}$ . On pose $u_n = \frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$ et $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ . Calculer $Q_2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$	ليكن $n \in \mathbb{N}$ . نضع $u_n = \frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$ و $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ . أحسب $Q_2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$	2س
Q3	Soit $g$ définie par $g(x) = \ln \left( \frac{2\sqrt{2}x}{1+x^2} \right)$ . Est-ce que la courbe de la fonction $g$ admet un point d'inflexion ? si oui, déterminer son abscisse.	تعتبر الدالة $g$ المعرفة بما يلي: $g(x) = \ln \left( \frac{2\sqrt{2}x}{1+x^2} \right)$ . هل منحنى الدالة $g$ يقبل نقطة انعطاف؟ إذا كان الجواب نعم، يجب تحديد أفصولها.	3س
Q4	Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = \ln \frac{e^x-3}{e^{2x}+7}$ et de courbe $(C_f)$ . Déterminer la nature de la branche infinie de $(C_f)$ au voisinage de $+\infty$ ?	تعتبر الدالة $f$ المعرفة بما يلي: $f(x) = \ln \frac{e^x-3}{e^{2x}+7}$ وليكن $(C_f)$ منحنى $f$ . حدد طبيعة الفرع اللانهائي ل $(C_f)$ بجوار $+\infty$ .	4س
Q5	Soit $h$ la fonction définie par $h(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ . Calculer $h^{-1}(0)$ .	تعتبر الدالة $h$ المعرفة بما يلي: $h(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ . أحسب $h^{-1}(0)$ .	5س
Q6	Calculer la limite : $Q_6 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x}$	أحسب النهاية: $Q_6 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x}$	6س
Q7	Soient $\alpha \in \mathbb{R}$ et $a$ une solution de l'équation $z^2 - 2 \cos(\alpha) z = -1$ . Pour tout $n \in \mathbb{N}$ , calculer $Q_7 = a^n + \frac{1}{a^n}$	ليكن $\alpha$ عددا حقيقيا و $a$ حلا للمعادلة $z^2 - 2 \cos(\alpha) z = -1$ . لكل $n \in \mathbb{N}$ ، أحسب $Q_7 = a^n + \frac{1}{a^n}$	7س
Q8	Soient $a = i\sqrt{3}$ et $b = \sqrt{3} \left( \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ et soit $\lambda = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ avec $\theta \in ]0, \pi[$ et $r > 0$ . Déterminer $r$ et $\theta$ pour que les 3 nombres complexes $a, \lambda$ et $b$ soient, dans cet ordre, les 3 termes consécutifs d'une suite géométrique.	نضع $a = i\sqrt{3}$ و $b = \sqrt{3} \left( \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ و $\lambda = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ مع $\theta \in ]0, \pi[$ و $r > 0$ . حدد $r$ و $\theta$ لكي تكون الأعداد العقدية $a$ و $\lambda$ و $b$ في هذا الترتيب، 3 حدود متوالية لمتتالية هندسية.	8س
Q9	Calculer la limite : $Q_9 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \tan \frac{\pi x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}}$	أحسب النهاية: $Q_9 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \tan \frac{\pi x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}}$	9س
Q10	En utilisant l'intégration par parties, calculer l'intégrale suivante : $Q_{10} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^4 x \sin x \, dx$	باستعمال المكاملة بالأجزاء، أحسب التكامل التالي: $Q_{10} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^4 x \sin x \, dx$	10س
Q11	Pour $n \in \mathbb{N}$ , on pose $I_n = \int_0^1 t^n \tan t \, dt$ . Calculer $Q_{11} = \lim_{n \rightarrow +\infty} n I_n - 1$ .	لكل $n \in \mathbb{N}$ ، نضع: $I_n = \int_0^1 t^n \tan t \, dt$ . أحسب النهاية $Q_{11} = \lim_{n \rightarrow +\infty} n I_n - 1$ .	11س
Q12	On considère l'équation différentielle suivante : $y'' - 4y' + 20y = 0$ avec $y(0) = 2$ et $\int_0^{\pi} y(t) \, dt = 0$ Calculer $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$ . (On donne $\int_0^{\pi} e^{at} \sin bt \, dt = -\frac{be^{a\pi} \cos(b\pi) - ae^{a\pi} \sin(b\pi) - b}{a^2 + b^2}$ )	تعتبر المعادلة التفاضلية التالية: $y'' - 4y' + 20y = 0$ مع $y(0) = 2$ و $\int_0^{\pi} y(t) \, dt = 0$ أحسب $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$ . (نعطي $\int_0^{\pi} e^{at} \sin bt \, dt = -\frac{be^{a\pi} \cos(b\pi) - ae^{a\pi} \sin(b\pi) - b}{a^2 + b^2}$ )	12س
Q13	Soit $\mathcal{S}$ l'ensemble des solutions de l'équation : $\sin(9x) + \sin(5x) + 2 \sin^2 x = 1$ Déterminer $\text{card}(\mathcal{S} \cap ]-\pi, 0])$ .	تعتبر المعادلة التالية: $\sin(9x) + \sin(5x) + 2 \sin^2 x = 1$ حدد عدد حلول هذه المعادلة في المجال $]-\pi, 0]$ .	13س
Q14	Résoudre, dans $]0, \frac{\pi}{2}[$ , l'inéquation suivante : $2(\sin x)(\tan x) - 3 > 0$	حل في $]0, \frac{\pi}{2}[$ المتراجحة التالية: $2(\sin x)(\tan x) - 3 > 0$	14س
Q15	Une boîte $A$ contient 3 jetons numérotés 1, 2, 4. Une boîte $B$ contient 6 jetons numérotés 0, 3, 3, 5, 5, 5. On tire au hasard un jeton de $A$ , on lit le nombre $a$ porté sur le jeton, puis on remet ce jeton tiré dans $A$ . On effectue la même opération pour $B$ , soit $b$ le numéro du jeton tiré de $B$ . A ce couple $(a, b)$ on associe le point $M(a, b)$ . Quelle est la probabilité pour que $M(a, b)$ soit situé sur l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ .	تحتوي علبة $A$ على 3 بيدات مرقمة 1، 2، 4 وتحتوي علبة $B$ على 6 بيدات مرقمة 0، 3، 3، 5، 5، 5. ن سحب عشوائيا و بإحلال بيدة من العلبة $A$ ، ليكن $a$ رقم البيدة المسحوبة. نعيد نفس العملية للعلبة $B$ وليكن $b$ رقم البيدة المسحوبة من $B$ . كل زوج $(a, b)$ نربطه بنقطة هندسية $M(a, b)$ . ما احتمال أن تكون النقطة $M(a, b)$ على الإهليلج ذو المعادلة $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ .	15س
Q16	Soit $n$ un nombre entier naturel impair supérieur ou égal à 3. Une boîte contient $n$ boules blanches numérotées de 1 à $n$ et elle contient $n+1$ boules noires numérotées de 1 à $n+1$ . On tire au hasard et simultanément deux boules de la boîte. Soit $p$ la probabilité de l'événement : « obtenir deux boules dont la somme des numéros est $n$ ». Quelle est la valeur de $n$ pour laquelle $p$ est maximale.	ليكن $n$ عددا صحيحا طبيعيا فرديا أكبر من أو يساوي 3. تحتوي علبة على $n$ كرة بيضاء مرقمة من 1 إلى $n$ وعلى $n+1$ كرة سوداء مرقمة من 1 إلى $n+1$ . ن سحب عشوائيا وأتيا كرتين من العلبة. ليكن $p$ احتمال الحدث: الحصول على كرتين مجموع رقميهما هو $n$ . ماهي قيمة $n$ التي من أجلها $p$ له قيمة قصوية.	16س
Q17	Soient $a$ et $b$ des entiers. Déterminer tous les couples $(a, b)$ tels que : $7^a - 3 \times 2^b = 1$	ليكن $a$ و $b$ عنصرين من $\mathbb{N}$ . حدد جميع الأزواج $(a, b)$ التي تحقق: $7^a - 3 \times 2^b = 1$	17س
Q18	On considère, dans l'espace, les points $A(1,0,1)$ , $B(0,1,0)$ , $C(0,1,1)$ et $D(1,1,0)$ et la droite $(\Delta)$ qui passe par $D$ et dont le vecteur directeur est $\vec{u}(1,1,-1)$ . Déterminer l'intersection du plan $(ABC)$ avec la droite $(\Delta)$ .	تعتبر في الفضاء النقط: $A(1,0,1)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,1,1)$ و $D(1,1,0)$ والمستقيم $(\Delta)$ المار من $D$ و الموجه بالمتجه $\vec{u}(1,1,-1)$ . حدد تقاطع المستوى $(ABC)$ و المستقيم $(\Delta)$ .	18س
Q19	On considère, dans l'espace, les points $A(2,-3,-3)$ , $B(3,-2,2)$ , $C(1,1,0)$ et $D(-1,0,-1)$ . Calculer le volume de $DABC$ .	تعتبر في الفضاء النقط: $A(2,-3,-3)$ و $B(3,-2,2)$ و $C(1,1,0)$ و $D(-1,0,-1)$ . أحسب حجم رباعي الأوجه $DABC$ .	19س
Q20	Le rectangle représenté est formé de 9 carrés. Le petit carré noir a 1,5 cm de côté et le carré hachuré a 15 cm de côté. Quelles sont les deux dimensions $L$ (longueur) et $l$ (largeur) du rectangle ?	يتكون المستطيل الممثل جانبه من 9 مربعات. ليكن $L$ طول هذا المستطيل وليكن $l$ عرضه. طول ضلع المربع الأسود الصغير هو 1,5 cm وطول ضلع المربع المخدش هو 15 cm. أحسب $L$ و $l$ .	20س