

	CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ERE} ANNEE DES ANNEES PREPARATOIRES DE L'ENSAM		Epreuve de Mathématique 20 Juillet 2018 Durée : 2h00	
	NOM			
	PRENOM			
	CNE (ou) CODE MASSAR			

DIRECTIVES :

- L'épreuve de mathématique = questions à réponses précises (1/2 et 2/2)
- Répondre sur la feuille « fiche des réponses » (2/2)
- La calculatrice est strictement interdite

BAREME :

Une réponse juste : 2pts, une réponse fautive ou pas de réponse : 0pts

Q1	Calculer la limite : $Q_1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n}{n^3+1} + \frac{2n}{n^3+2} + \frac{3n}{n^3+3} + \dots + \frac{n \cdot n}{n^3+n} \right)$	أحسب النهاية: $Q_1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n}{n^3+1} + \frac{2n}{n^3+2} + \frac{3n}{n^3+3} + \dots + \frac{n \cdot n}{n^3+n} \right)$	1س
Q2	Soit $n \in \mathbb{N}$. On pose $u_n = \frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$ et $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. Calculer $Q_2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$	ليكن $n \in \mathbb{N}$. نضع $u_n = \frac{1}{(2n+1)(2n-1)}$ و $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. أحسب $Q_2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$	2س
Q3	Soit g définie par $g(x) = \ln \left(\frac{2\sqrt{2}x}{1+x^2} \right)$. Est-ce que la courbe de la fonction g admet un point d'inflexion ? si oui, déterminer son abscisse.	تعتبر الدالة g المعرفة بما يلي: $g(x) = \ln \left(\frac{2\sqrt{2}x}{1+x^2} \right)$. هل منحنى الدالة g يقبل نقطة انعطاف؟ إذا كان الجواب نعم، يجب تحديد أفصولها.	3س
Q4	Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln \frac{e^x-3}{e^{2x}+7}$ et de courbe (C_f) . Déterminer la nature de la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$?	تعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = \ln \frac{e^x-3}{e^{2x}+7}$ وليكن (C_f) منحنى f . حدد طبيعة الفرع اللانهائي ل (C_f) بجوار $+\infty$.	4س
Q5	Soit h la fonction définie par $h(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$. Calculer $h^{-1}(0)$.	تعتبر الدالة h المعرفة بما يلي: $h(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$. أحسب $h^{-1}(0)$.	5س
Q6	Calculer la limite : $Q_6 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x}$	أحسب النهاية: $Q_6 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x}$	6س
Q7	Soient $\alpha \in \mathbb{R}$ et a une solution de l'équation $z^2 - 2 \cos(\alpha) z = -1$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, calculer $Q_7 = a^n + \frac{1}{a^n}$	ليكن α عددا حقيقيا و a حلا للمعادلة $z^2 - 2 \cos(\alpha) z = -1$. لكل $n \in \mathbb{N}$ ، أحسب $Q_7 = a^n + \frac{1}{a^n}$	7س
Q8	Soient $a = i\sqrt{3}$ et $b = \sqrt{3} \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ et soit $\lambda = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ avec $\theta \in]0, \pi[$ et $r > 0$. Déterminer r et θ pour que les 3 nombres complexes a, λ et b soient, dans cet ordre, les 3 termes consécutifs d'une suite géométrique.	نضع $a = i\sqrt{3}$ و $b = \sqrt{3} \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ و $\lambda = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ مع $\theta \in]0, \pi[$ و $r > 0$. حدد r و θ لكي تكون الأعداد العقدية a و λ و b في هذا الترتيب، 3 حدود متوالية لمتتالية هندسية.	8س
Q9	Calculer la limite : $Q_9 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\tan \frac{\pi x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}}$	أحسب النهاية: $Q_9 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\tan \frac{\pi x}{2x+1} \right)^{\frac{1}{x}}$	9س
Q10	En utilisant l'intégration par parties, calculer l'intégrale suivante : $Q_{10} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^4 x \sin x \, dx$	باستعمال المكاملة بالأجزاء، أحسب التكامل التالي: $Q_{10} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^4 x \sin x \, dx$	10س
Q11	Pour $n \in \mathbb{N}$, on pose $I_n = \int_0^1 t^n \tan t \, dt$. Calculer $Q_{11} = \lim_{n \rightarrow +\infty} n I_n - 1$.	لكل $n \in \mathbb{N}$ ، نضع: $I_n = \int_0^1 t^n \tan t \, dt$. أحسب النهاية $Q_{11} = \lim_{n \rightarrow +\infty} n I_n - 1$.	11س
Q12	On considère l'équation différentielle suivante : $y'' - 4y' + 20y = 0$ avec $y(0) = 2$ et $\int_0^{\frac{\pi}{2}} y(t) \, dt = 0$ Calculer $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (On donne $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{at} \sin bt \, dt = -\frac{be^{at} \cos(bt) - ae^{at} \sin(bt) - b}{a^2 + b^2}$)	تعتبر المعادلة التفاضلية التالية: $y'' - 4y' + 20y = 0$ مع $y(0) = 2$ و $\int_0^{\frac{\pi}{2}} y(t) \, dt = 0$ أحسب $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$. (نعطي $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{at} \sin bt \, dt = -\frac{be^{at} \cos(bt) - ae^{at} \sin(bt) - b}{a^2 + b^2}$)	12س
Q13	Soit \mathcal{S} l'ensemble des solutions de l'équation : $\sin(9x) + \sin(5x) + 2 \sin^2 x = 1$ Déterminer $\text{card}(\mathcal{S} \cap]-\pi, 0])$.	تعتبر المعادلة التالية: $\sin(9x) + \sin(5x) + 2 \sin^2 x = 1$ حدد عدد حلول هذه المعادلة في المجال $]-\pi, 0]$.	13س
Q14	Résoudre, dans $]0, \frac{\pi}{2}[$, l'inéquation suivante : $2(\sin x)(\tan x) - 3 > 0$	حل في $]0, \frac{\pi}{2}[$ المتراجحة التالية: $2(\sin x)(\tan x) - 3 > 0$	14س
Q15	Une boîte A contient 3 jetons numérotés 1, 2, 4. Une boîte B contient 6 jetons numérotés 0, 3, 3, 5, 5, 5. On tire au hasard un jeton de A , on lit le nombre a porté sur le jeton, puis on remet ce jeton tiré dans A . On effectue la même opération pour B , soit b le numéro du jeton tiré de B . A ce couple (a, b) on associe le point $M(a, b)$. Quelle est la probabilité pour que $M(a, b)$ soit situé sur l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.	تحتوي علبة A على 3 بيدات مرقمة 1، 2، 4 وتحتوي علبة B على 6 بيدات مرقمة 0، 3، 3، 5، 5، 5. ن سحب عشوائيا و بإحلال بيدة من العلبة A ، ليكن a رقم البيدة المسحوبة. نعيد نفس العملية للعلبة B وليكن b رقم البيدة المسحوبة من B . كل زوج (a, b) نربطه بنقطة هندسية $M(a, b)$. ما احتمال أن تكون النقطة $M(a, b)$ على الإهليلج ذو المعادلة $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.	15س
Q16	Soit n un nombre entier naturel impair supérieur ou égal à 3. Une boîte contient n boules blanches numérotées de 1 à n et elle contient $n+1$ boules noires numérotées de 1 à $n+1$. On tire au hasard et simultanément deux boules de la boîte. Soit p la probabilité de l'événement : « obtenir deux boules dont la somme des numéros est n ». Quelle est la valeur de n pour laquelle p est maximale.	ليكن n عددا صحيحا طبيعيا فرديا أكبر من أو يساوي 3. تحتوي علبة على n كرة بيضاء مرقمة من 1 إلى n وعلى $n+1$ كرة سوداء مرقمة من 1 إلى $n+1$. ن سحب عشوائيا وأتيا كرتين من العلبة. ليكن p احتمال الحدث: الحصول على كرتين مجموع رقميهما هو n . ماهي قيمة n التي من أجلها p له قيمة قصوية.	16س
Q17	Soient a et b des entiers. Déterminer tous les couples (a, b) tels que : $7^a - 3 \times 2^b = 1$	ليكن a و b عنصرين من \mathbb{N} . حدد جميع الأزواج (a, b) التي تحقق: $7^a - 3 \times 2^b = 1$	17س
Q18	On considère, dans l'espace, les points $A(1,0,1)$, $B(0,1,0)$, $C(0,1,1)$ et $D(1,1,0)$ et la droite (Δ) qui passe par D et dont le vecteur directeur est $\vec{u}(1,1,-1)$. Déterminer l'intersection du plan (ABC) avec la droite (Δ) .	تعتبر في الفضاء النقط: $A(1,0,1)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,1,1)$ و $D(1,1,0)$ والمستقيم (Δ) المار من D و الموجه بالمتجه $\vec{u}(1,1,-1)$. حدد تقاطع المستوى (ABC) و المستقيم (Δ) .	18س
Q19	On considère, dans l'espace, les points $A(2,-3,-3)$, $B(3,-2,2)$, $C(1,1,0)$ et $D(-1,0,-1)$. Calculer le volume de $DABC$.	تعتبر في الفضاء النقط: $A(2,-3,-3)$ و $B(3,-2,2)$ و $C(1,1,0)$ و $D(-1,0,-1)$. أحسب حجم رباعي الأوجه $DABC$.	19س
Q20	Le rectangle représenté est formé de 9 carrés. Le petit carré noir a 1,5 cm de côté et le carré hachuré a 15 cm de côté. Quelles sont les deux dimensions L (longueur) et l (largeur) du rectangle ?	يتكون المستطيل الممثل جانبه من 9 مربعات. ليكن L طول هذا المستطيل وليكن l عرضه. طول ضلع المربع الأسود الصغير هو 1,5 cm وطول ضلع المربع المخدش هو 15 cm. أحسب L و l .	20س