Concours Commun d'accès en 1ère année ENSAM

Session du 02 Août 2022

Epreuve de : **Mathématiques**	Durée **: 2h15mn**
Importants : 1. Les calculatrices sont strictement interdites. 2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve.	

Partie I : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **0pts**)*

	Questions
Question 1	Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $S_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n}$. A l'aide d'un encadrement de S_n, choisir la bonne réponse.
Question 2	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(\mathcal{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ avec $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = \|\vec{k}\| = 1\,cm$, on considère le point $A(1,-2,-1)$ et la droite (D) d'équation cartésienne $\frac{x-1}{2} = y + 1 = z$. La distance d du point A à la droite (D) est égale à :
Question 3	Pour $z \in \mathbb{C}$, on note par $M(z)$ le point du plan complexe d'affixe z. L'ensemble $A = \{M(z) : (Z - 3i)(\bar{z} + 3i) = 2\}$ est :
Question 4	Soit f une fonction dérivable en 0 telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$. La limite $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)f(2x) \cdots f(nx)}{x^n}$ est égale à :
Question 5	Soit $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} - \frac{xe^x}{1+e^x}$. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de f admet en $+\infty$:
Question 6	Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x}{1-e^{\frac{1}{x}}}$ si $x \neq 0$ et $g(0) = 0$, et soit $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de g. Choisir la bonne réponse.
Question 7	Soit $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{3}{16}, \ \forall\, n \geq 0. \end{cases}$ Sachant que la suite $(u_n)_n$ est décroissante, choisir la bonne réponse :
Question 8	Pour $n \in \mathbb{N}$, soit $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{-nx} dx$. Choisir la bonne réponse.
Question 9	Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, le polynôme $P = nX^{n+1} - (n+1)X^n + 1$ est :
Question 10	Dans $\mathbb{R}^+$, l'équation $e^{-\sqrt{2}x} - \sqrt{2}\,x + \sqrt{3} = 0$ admet :
Question 11	Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que $f(2021x + 2022) \leq 2021x \leq f(2021x) + 2022$. Choisir la bonne réponse.
Question 12	L'inéquation $\sin(x) + 2\sin(y) + 3 \leq 0$ admet dans $]-\pi, \pi]^2$:
Question 13	Dans $\mathbb{N}^2$, l'équation $x^2 - y^2 - 21 = 0$ admet :
Question 14	Soit $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tels que $a^3 + b^3 + c^3$ est divisible par 3, et soit $S = a + b + c$. Sachant que, pour tout $n \in \mathbb{Z}$, le nombre 3 divise $n^3 - n$, choisir la bonne réponse.
Question 15	Le nombre entier naturel $1^{2021} + 2^{2021} + \cdots + 4^{2021}$ est :

Partie II : Questions à réponses précises

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Chaque réponse est notée sur **2pts**)*

	Questions
Question 16	La porte d'un parking est munie d'une serrure à digicode portant les touches : les lettres du mot ENSAM et les chiffres non nuls. La porte s'ouvre lorsqu'on frappe dans l'ordre trois lettres et quatre chiffres qui forment un code. Les chiffres sont nécessairement distincts deux à deux, les lettres non. Quel est le nombre N des codes possibles qui portent exactement deux lettres identiques ?
Question 17	Le tiers d'une population a été vacciné contre une maladie. Au cours d'une épidémie, on constate que 20 % de la population est victime de l'épidémie et que, sur 15 malades, il y a deux personnes vaccinées. Calculer la probabilité P d'avoir une personne victime de la maladie sachant quelle a été vaccinée ?
Question 18	Soit les nombres complexes $\alpha = e^{\frac{2\pi i}{5}}$, $a = \alpha + \alpha^4$ et $b = \alpha^2 + \alpha^3$. Sachant que α est une racine du polynôme $P(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4$, calculer $a + b$ et ab, et en déduire la valeur de $\cos(\frac{2\pi}{5})$.
Question 19	Calculer la limite $\lim_{x \to 0^+} f(x)$; où $f(x) = \frac{e^x - \cos(\sqrt{x})}{x}$.
Question 20	En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$.
Question 21	Soit f la fonction définie sur $[0, \sqrt{2}]$ par $f(x) = \frac{\ln(x+\sqrt{2})}{\sqrt{x+\sqrt{2}}}$ et soit $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\mathcal{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tel que : $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 2cm$. Calculer le volume V du solide engendré par la rotation de $\mathcal{C}_f$ autour de l'axe des abscisses.
Question 22	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(\mathcal{O}, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectivement $a = -\sqrt{3}$ +i et $b = i\bar{a}$. Soit C l'image de A par la rotation de centre $\mathcal{O}$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et soit c l'affixe du point C. Donner la forme trigonométrique du nombre complexe $Z = \frac{b}{c}$ et déduire la nature du triangle OBC.
Question 23	Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(\sqrt{2}, -1, 2)$, $B(3, -\sqrt{3}, 1)$, $C(1, -2, -1)$ et la sphère $\mathcal{S}$ d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 1 = 0$. Déterminer l'intersection de la sphère $\mathcal{S}$ et le plan (ABC).
Question 24	On considère l'équation différentielle $(E) : y'' - 4y' + 4y = (x-2)e^x$. Sachant que la fonction $x \mapsto xe^x$ est une solution de (E), déterminer la solution particulière y_0 de (E) telle sa courbe représentative passe par le point $A(0, -2)$ et ayant une tangente en A parallèle à l'axe des abscisses.
Question 25	On considère un demi-cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $2\,cm$. Déterminer la valeur maximale S_m de la surface d'un rectangle inscrit dans le demi-cercle $\mathcal{C}$.

Concours Commun d'accès en 1ère année ENSAM

Session du 02 Août 2022

Epreuve de : **Mathématiques**	Durée **: 2h15mn**
Importants : 1. Les calculatrices sont strictement interdites. 2. Aucune question n'est permise pendant l'épreuve.	

Partie I : Questions à choix multiples

Pour chaque question qui suit, cocher la bonne réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Une réponse correcte = **2pts**, aucune réponse, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **0pts**)*

	الأسئلة
Question 1	من أجل $n \in \mathbb{N}$، نضع $S_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n}$. باستعمال تأطيرا ل S_n، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 2	في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ حيث $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = \|\vec{k}\| = 1\,cm$ ، نعتبر النقطة $A(1,-2,-1)$ و المستقيم (D) ذو المعادلة الديكارتية $\frac{x-1}{2} = y+1 = z$. المسافة d عن المستقيم (D) تساوي :
Question 3	لكل $z \in \mathbb{C}$، نرمز ب $M(z)$ نقطة المستوى العقدي ذات اللحق z. المجموعة $A = \{M(z) : (Z-3i)(\bar{z}+3i) = 2\}$ هي :
Question 4	لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق في 0 بحيث $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$. النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)f(2x)\cdots f(nx)}{x^n}$ تساوي :
Question 5	لتكن $f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} - \frac{xe^x}{1+e^x}$. المنحنى $\mathcal{C}_f$ الممثل للدالة f يقبل عند $+\infty$:
Question 6	لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x) = \frac{x}{1-e^{\frac{1}{x}}}$ إذا كان $x \neq 0$ و $g(0) = 0$، و ليكن $\mathcal{C}_g$ المنحنى الممثل للدالة g. اختر الإجابة الصحيحة.
Question 7	ليكن $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{3}{16}, \ \forall n \geq 0 \end{cases}$. علما أن المتتالية $(u_n)_n$ تناقصية، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 8	من أجل $n \in \mathbb{N}$، نضع $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{-nx} dx$. اختر الإجابة الصحيحة.
Question 9	لكل $n \in \mathbb{N}^*$، الحدودية $P = nX^{n+1} - (n+1)X^n + 1$:
Question 10	المعادلة $e^{-\sqrt{2}x} - \sqrt{2}\,x + \sqrt{3} = 0$ تقبل في $\mathbb{R}^+$:
Question 11	لتكن f الدالة المعرفة من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ بحيث $f(2021x+2022) \leq 2021x \leq f(2021x) + 2022$. اختر الإجابة الصحيحة.
Question 12	المتراجحة $\sin(x) + 2\sin(y) + 3 \leq 0$ تقبل في $]-\pi,\pi]^2$:
Question 13	المعادلة $x^2 - y^2 - 21 = 0$ تقبل في $\mathbb{N}^2$:
Question 14	ليكن $a,b,c \in \mathbb{Z}$ بحيث $a^3+b^3+c^3$ يقبل القسمة على 3، و ليكن $S = a+b+c$. علما أن، لكل $n \in \mathbb{Z}$، العدد 3 يقسم $n^3 - n$، اختر الإجابة الصحيحة.
Question 15	العدد الصحيح الطبيعي $1^{2021} + 2^{2021} + \cdots + 4^{2021}$:

Partie II : Questions à réponses précises

Pour chaque question qui suit, écrire la réponse dans la partie correspondante de la feuille des réponses

*(Chaque réponse est notée sur **2pts**)*

	الأسئلة
Question 16	باب مرآب للسيارات مزود بقفل رقمي يحمل المفاتيح : أحرف كلمة ENSAM و الأرقام الغير المنعدمة. يفتح الباب عند كتابة، بالترتيب، ثلاثة أحرف و أربعة أرقام؛ و التي تشكل قنا سريا. الأرقام مختلفة مثنى مثنى و الأحرف ليست بالضرورة مختلفة. ما هو العدد N للأقنان الممكنة التي تحتوي بالضبط على حرفين منطبقين؟
Question 17	تم تطعيم ساكنة ما ضد مرض معين. خلال وباء ما، نلاحظ 20 % من الساكنة هم ضحية للوباء، و أنه من بين 15 مريضا، هناك شخصان تم تطعيمهما. احسب P احتمال الحصول على ضحية للمرض علما أنه تم تطعيمها.
Question 18	ليكن $\alpha = e^{\frac{2\pi i}{5}}$، $a = \alpha + \alpha^4$ و $b = \alpha^2 + \alpha^3$. علما أن α جذرا للحدودية $P(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4$، احسب $a+b$ و ab، ثم استنتج قيمة $\cos(\frac{2\pi}{5})$.
Question 19	احسب النهاية $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ limite؛ حيث $f(x) = \frac{e^x - \cos(\sqrt{x})}{x}$.
Question 20	باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب التكامل $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2(x)} dx$.
Question 21	لتكن f الدالة المعرفة على $[0,\sqrt{2}]$ ب $f(x) = \frac{\ln(x+\sqrt{2})}{\sqrt{x+\sqrt{2}}}$ و $\mathcal{C}_f$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ بحيث : $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 2cm$. احسب الحجم V للمجسم المولد بدوران $\mathcal{C}_f$ حول محور الأفاصيل.
Question 22	في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقطتين A و B ذات اللحقين $a = -\sqrt{3}$ +i و $b = i\bar{a}$ على التوالي. لتكن C صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$ و ليكن c لحق النقطة C. اعط الشكل المثلثي للعدد العقدي $Z = \frac{b}{c}$ و استنتج طبيعة المثلث OBC.
Question 23	في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم، نعتبر النقط $A(\sqrt{2},-1,2)$, $B(3,-\sqrt{3},1)$, $C(1,-2,-1)$ و الفلكة $\mathcal{S}$ ذات المعادلة الديكارتية : $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z+1 = 0$. حدد تقاطع الفلكة $\mathcal{S}$ و المستوى (ABC).
Question 24	نعتبر المعادلة التفاضلية $(E) : y'' - 4y' + 4y = (x-2)e^x$. علما أن الدالة $x \mapsto xe^x$ حل ل (E)، حدد حلا خاصا y_0 ل (E) بحيث منحناه يمر من النقطة $A(0,-2)$ و يقبل مماسا موازيا لمحور الأ فاصيل عند النقطة A.
Question 25	نعتبر نصف دائرة $\mathcal{C}$ قطرها $2\ cm$. حدد القيمة القصوية S_m لمساحة مستطيل محاط بالنصف دائرة $\mathcal{C}$.

Feuille de réponses

Nom : ....

Prénom : ....

Code Massar : ....

Le candidat doit obligatoirement cocher (comme suit ■) son code Massar sur la grille ci-contre ⟶

☐A	☐K		☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐B	☐L		☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐C	☐M		☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐D	☐N		☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐E	☐O	☐U	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐F	☐P	☐V	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐G	☐Q	☐W	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐H	☐R	☐X	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐I	☐S	☐Y	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐J	☐T	☐Z	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

Partie I : Questions à choix multiples

Question 1 Choisir la bonne réponse

- ☐ (S_n) est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 0$
- ☐ (S_n) est divergente
- ☐ (S_n) est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \frac{1}{2}$
- ☐ (S_n) est convergente et $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 1$
- ☐ Autre réponse

Question 2 La distance d est égale à

- ☐ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm
- ☐ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ cm
- ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm
- ☐ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ cm
- ☐ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm
- ☐ autre réponse

Question 3 L'ensemble A est

- ☐ un demi-plan
- ☐ une droite
- ☐ union de deux demi-droites
- ☐ un cercle
- ☐ autre réponse

Question 4 La limite est égale à

- ☐ n
- ☐ $\frac{n}{n!}$
- ☐ $\frac{1}{n}$
- ☐ $n!$
- ☐ 1
- ☐ autre réponse

Question 5 C_f admet en $+\infty$

- ☐ une asymptote oblique d'équation $y = -x$
- ☐ une asymptote oblique d'équation $y = x$
- ☐ une branche parabolique de direction asymptotique la droite d'équation $y = -x$
- ☐ une asymptote verticale
- ☐ autre réponse

Question 6 Choisir la bonne réponse

- ☐ C_g admet une demi-tangente oblique à l'origine
- ☐ C_g admet une tangente horizontale à l'origine
- ☐ C_g admet une tangente verticale à l'origine
- ☐ g est non bornée au voisinage de 0
- ☐ autre réponse

Question 7 Choisir la bonne réponse

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{3}{4}$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{4}{3}$
- ☐ (u_n) est divergente
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{4}$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 4$
- ☐ autre réponse

Question 8 Choisir la bonne réponse

- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = \frac{1}{e}$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = 0$
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = 1$
- ☐ (I_n) est divergente
- ☐ $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = e$
- ☐ autre réponse

Question 9 le polynôme P est

- ☐ divisible par $(x-1)^2$
- ☐ divisible par $x-2$
- ☐ non divisible par $x-1$
- ☐ autre réponse

Question 10 Dans $\mathbb{R}^+$, l'équation admet

- ☐ plus de trois solutions
- ☐ deux solutions distinctes
- ☐ une solution unique
- ☐ aucune solution
- ☐ autre réponse

Question 11 Choisir la bonne réponse

- ☐ f est un polynôme de degré 2 et $f(2021) \geq -1$
- ☐ f est constante
- ☐ f est un polynôme de degré 1
- ☐ f est un polynôme de degré 2 et $f(2022) \leq 0$
- ☐ autre réponse

Question 12 L'inéquation admet dans $]-\pi, \pi]^2$

- ☐ une infinité de solutions
- ☐ une solution unique
- ☐ aucune solution
- ☐ deux solutions distinctes
- ☐ autre réponse

Question 13 L'équation admet

- ☐ aucune solution
- ☐ une infinité de solutions
- ☐ deux solutions distinctes
- ☐ une solution unique
- ☐ autre réponse

Question 14 Choisir la bonne réponse

- ☐ S est multiple de 3
- ☐ S et 3 sont premiers entre eux
- ☐ le reste de la division euclidienne de S par 3 est 2
- ☐ autre réponse

Question 15 Le nombre est

- ☐ multiple de 5
- ☐ impair
- ☐ non divisible par 5
- ☐ premier
- ☐ autre réponse

Partie II : Questions à réponses précises

Question 16 ☐ ☐ ☐ réservé au correcteur

$N =$

Question 17 ☐ ☐ ☐ réservé au correcteur

$P =$

Question 18 ☐ ☐ ☐ ☐ réservé au correcteur

$a + b =$

$ab =$

$\cos(\frac{2\pi}{5}) =$

Question 19 ☐ ☐ ☐ réservé au correcteur

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) =$

Question 20 ☐ ☐ ☐ réservé au correcteur

$I =$

Question 21 ☐ ☐ ☐ réservé au correcteur

$V =$

Question 22 ☐ ☐ ☐ réservé au correcteur

$Z =$

Le triangle OBC est

Question 23 ☐ ☐ ☐ réservé au correcteur

L'intersection de S et (ABC) est

Question 24 ☐ ☐ ☐ réservé au correcteur

$y_0 =$

Question 25 ☐ ☐ ☐ réservé au correcteur

$S_m =$